Programa Estatal Para la Enseñanza de las Matemáticas en Educación Básica

1ª Olimpiada Estatal Jugando con las Matemáticas

TERCER GRADO DE SECUNDARIA

Secretaría de Educación TAMAULIPAS

SECRETARÍA DE EDUCACION DE TAMAULIPAS
SUBSECRETARIA DE EDUCACIÓN BÁSICA
DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
DEPARTAMENTO DE SECUNDARIS GENERALES
PROGRAMA ESTATAL PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS EN EDUCACION BASICA

CIUDAD VICTORIA, TAMAULUPAS A OCTUBRE DE 2013

INSTRUCTIVO DE PROCEDIMIENTOS PARA LA APLICACIÓN Y EVALUACIÓN DE LOS EXÁMENES

a) El examen que se aplicará en cada una de las etapas consta de cinco problemas y se podrá resolver en hasta 90 minutos.
b) Cada problema tendrá un valor de cinco puntos, distribuidos de la siguiente manera: uno o dos puntos por el resultado correcto del problema y de tres a cinco puntos, por los procedimientos de solución utilizados; en total, cinco puntos por problema. Los puntos se asignarán de acuerdo con los resultados parciales, el avance logrado y el grado de desarrollo de las competencias matemáticas mostradas en sus procedimientos de solución y tomando como base los criterios de evaluación de cada problema del examen, mismos que serán definidos antes de la aplicación.
c) Se utilizará un *código de registro* como identificador del examen de cada alumno, asignado en el momento de la inscripción en la etapa correspondiente; por lo tanto, los evaluadores no conocerán la identidad del alumno durante el ejercicio.
d) Los problemas del examen deberán ser evaluados por un jurado integrado al menos por cinco profesores destacados en la asignatura.
e) Cada uno de los miembros del jurado evaluará un máximo de dos problemas y cada problema deberá ser evaluado al menos por dos jueces. Por ejemplo, si se dispone del mínimo de jueces (5) y los llamamos A, B, C, D y E, los cinco problemas del examen pueden ser evaluados así: juez A: problemas 1 y 2; juez B: problemas 2 y 3; juez C: problemas 3 y 4; juez D: problemas 4 y 5 y juez E: problemas 5 y 1.
f) Los alumnos concursantes podrán utilizar lápiz, borrador, sacapuntas, juego de geometría y hojas blancas, pero no calculadora al resolver el examen.
g) Los dibujos de los problemas pueden no estar a escala, por lo que se pide considerar los datos que se proporcionan en cada caso.

CUADERNILLO DE EJERCICIOS PARA LA OLIMPIADA ESTATAL DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN BÁSICA. SECUNDARIA TERCER GRADO CICLO ESCOLAR 2013-2014.

1.- Lucas recibe de parte de su abuelo cuatro carritos de juguete que lo hacen brincar de contento porque le fascinan los autos, Octavio y Pamela proponen jugar carreras.

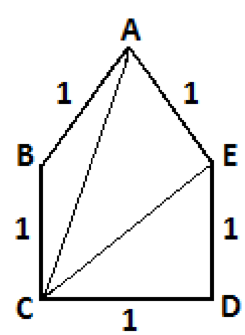
Para hacer más interesante el juego, Daniela dibuja una pista de tres metros y entre todos deciden las reglas del juego:

- Cada quien impulsara su carrito dos veces; la primera desde la marca de salida y la segunda será a partir de la posición a la que llego con el primer impulso.
- El carrito que salga de la pista o se voltee, se elimina. En el primer impulso, el carrito de Daniela recorrió 4/10 de la pista,

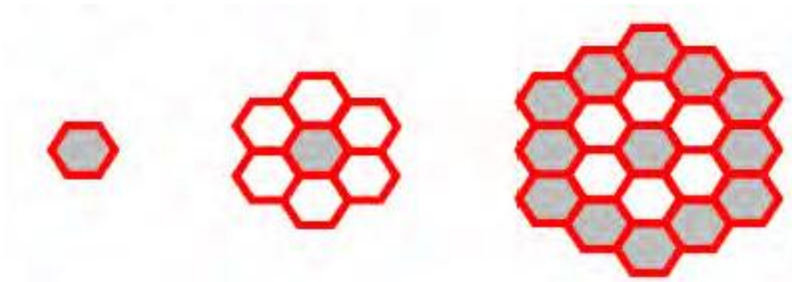
el de Pamela 3/6 de la pista,
el de Lucas 3/8 de la pista
y el de Octavio quedó a 2/5 de la meta.
Desde la posición en que quedaron, les dieron el segundo impulso y cada carrito avanzó un poco más:
el carrito de Daniela, 1/2 del total de la pista;
el de Pamela, 2/5 del total de la pista;
el de Lucas quedo a 1/12 de la meta
y el de Octavio avanzo a 1/3 del total de la pista.
En qué lugar quedo cada carrito después el segundo impulso?

2.- Se juntan un cuadrado y un triángulo equilátero para formar una figura como la mostrada.

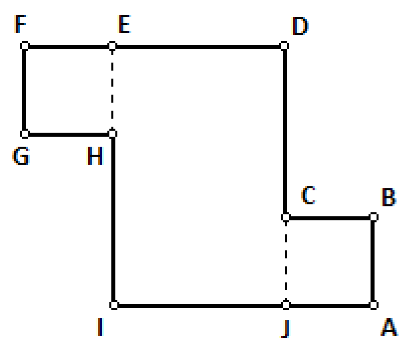
¿Cuánto mide el ángulo ACE?.



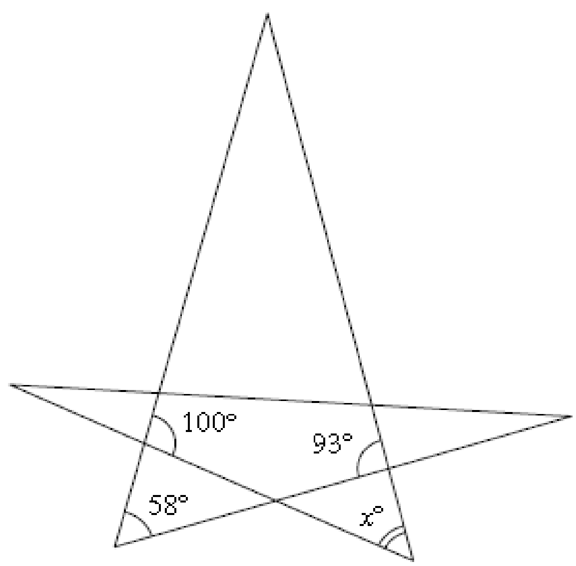
3.- Observa como las abejas comienzan a construir su panal: crece en capas. ¿Cuantos hexágonos hay en el borde de la quinta capa? Explica como obtuviste tu respuesta.



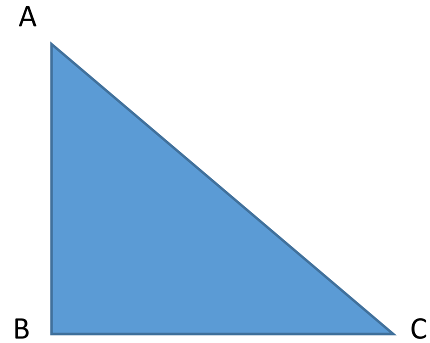
4.- En la figura, ABCJ y EFGH son cuadriláteros iguales. JD = DF y DE = 3 EF. La figura tiene 1818 cm. de perímetro. ¿Cuánto miden los lados del rectángulo DEIJ?   Nota: la figura esta fuera de escala.



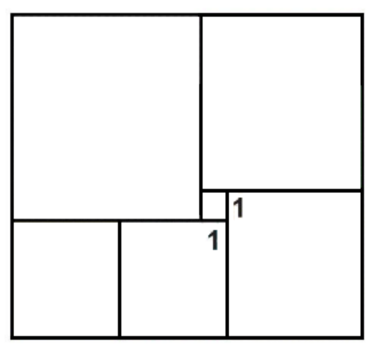
5.- En la estrella de la figura se han marcado los valores de algunos ángulos ¿Cuál es el valor del ángulo marcado con *x*?



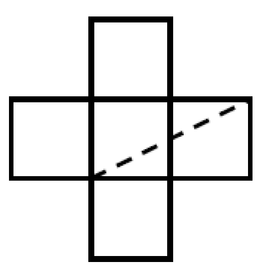
6.- Si el Angulo B es recto, BC mide 8 cm y el área del triángulo es 24 cm^2, ¿Cuánto mide el perímetro del triángulo ABC?



7.- El rectángulo de la figura está formado por 6 cuadrados. La longitud de cada uno de los lados del cuadrado más pequeño es 1 cm. ¿Cuál es la longitud de cada lado del cuadrado grande?

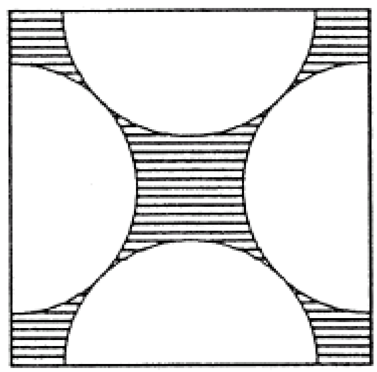


8.- La cruz está formada por cinco cuadrados congruentes (iguales). Si la longitud marcada es de 6 cm, ¿Cuánto vale el área de la cruz?



9.- Se escriben los dígitos 1, 2, 3, 4 en cuatro papelitos que se guardan en una caja. Si dos de los papelitos se extraen al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los números sea múltiplo de 3?

10.- Un cuadrado de lado 1 tiene en su interior cuatro semicírculos de radios iguales y tangentes entre sí, con sus centros en los puntos medios de los lados del cuadrado, como se muestra en la figura.
¿Calcular el área sombreada?

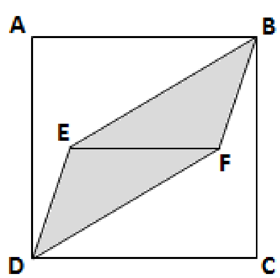


11.- Si la suma de tres enteros positivos consecutivos es igual al producto de los tres números. ¿Cuánto vale la suma de los cuadrados de los tres enteros?

12.- Dos hermanas Laura y Blanca querían compra una bicicleta. Su vecina les vendió la suya en $ 360.00. Laura tenía ahorrados $ 80 menos que Blanca, pero con los ahorros de las dos alcanzo para la bicicleta.

¿Cuánto tenia cada quién?

13.- En un cuadrado ABCD con lado de 2012 cm., los puntos E y F están situados sobre la recta paralela que une los puntos medios de los lados AD y BC, como se muestra en la figura. Se unen E Y f con los vértices B y D, y el cuadrado queda dividido en tres partes de igual área (el área sombreada y las dos áreas blancas). ¿Cuál es la longitud del segmento EF?

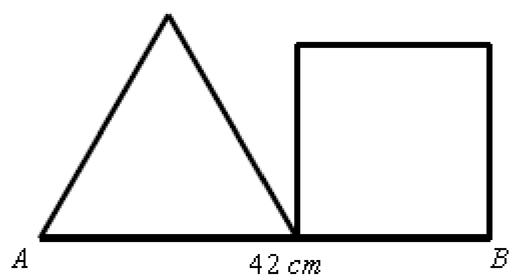


14.- Pepe dice a su hijo Enrique: Mi edad es igual al cuadrado de la tuya menos 10 años. Si el padre tiene 39 años, ¿Cuántos tiene el hijo?

15.- ¿Cuántos números menores que 100 se pueden escribir usando los dígitos2, 3 y 5?

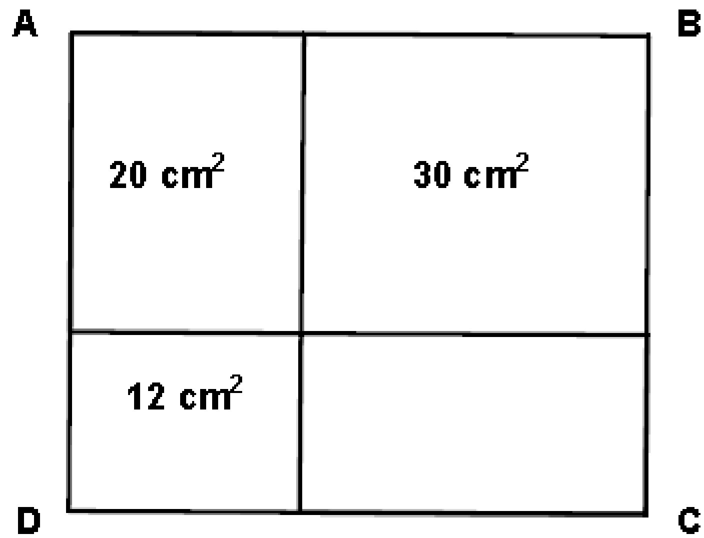
16.- Se tienen dos relojes de arena, uno que mide 5 minutos y otro que mide 3 minutos. Si usamos sólo estos dos relojes, ¿cómo podemos medir 7 minutos?

17.- Sobre el segmento AB, cuya longitud es de 42 cm, se construye un triángulo equilátero y un cuadrado que tienen el mismo perímetro. ¿Cuánto vale la diferencia entre el lado del triángulo y el lado del cuadrado?



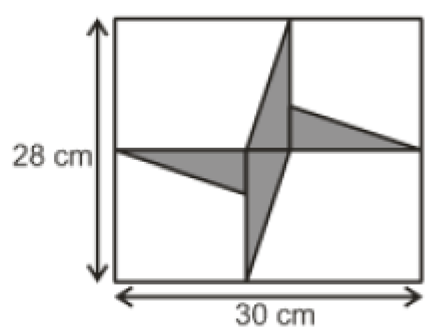
18.- En la siguiente secuencia…., *k*, *m*, *n*, *p*, 1, 1, 2, 3, 5, 8……. Cada número es suma de los dos anteriores. Encuentra el valor de *k*.

19.- un rectángulo ABCD es dividido en cuatro rectángulos como se muestra en la figura. Las áreas de tres de ellos son las que están escritas dentro (no se conoce el área del cuarto rectángulo), ¿Cuánto mide el área del rectángulo ABCD?



20.- Miguel escogió un número, lo multiplicó por sí mismo, luego sumó 1, multiplicó el resultado por 10, a lo que obtuvo le agregó 3 y luego multiplicó su resultado por 4. El resultado de todo esto fue 2012. ¿Qué número escogió al principio?

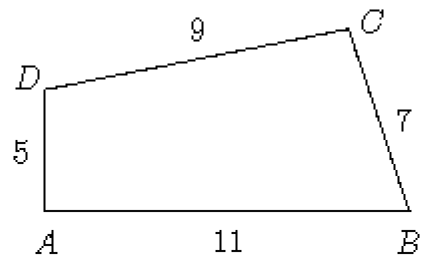
21.- ¿Cuál es el área de la región sombreada formada por los cuatro triángulos rectángulos iguales que se muestran en la figura?



22.- En cada partido de futbol de un torneo, al Ganador se le otorgaron 3 puntos, al Perdedor 0 y, si hubo empate, entonces cada equipo ganó 1 punto.
En 38 partidos un equipo tenía acumulados 80 puntos.
¿Cuál es el máximo número de partidos que pudo haber perdido?

23.- El cuadrilátero ABCD tiene lados AB = 11 cm, BC = 7 cm, CD = 9 cm y DA = 5 cm

y tiene ángulos rectos en A y en C. ¿Cuál es su área?

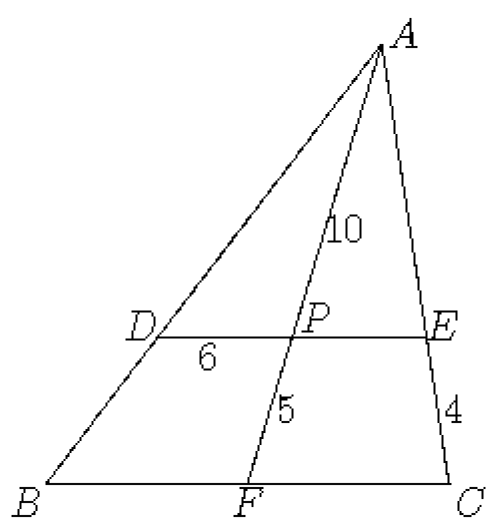


24.- En el rectángulo de la figura se van a escribir doce números del 1 al 9 de manera que las tres sumas de los números escritos en cada renglón sean iguales, y también las cuatro sumas de los números escritos en cada columna sean iguales, ya se han escrito 7 números.

¿Cuál número debe ir en el cuadrado que está sombreado?

2	4		2
	3	3	
6		1	

25.- En el triángulo *ABC* el punto *D* está sobre *AB*, el punto *E* está sobre *AC*, *F* es el punto medio de *BC* y *P* es el punto de intersección de *AF* con *DE*. Si sabemos que *DE* es paralelo a *BC* y que las medidas de los segmentos *DP*, *PF*, *EC* y *AP* son 6, 5, 4 y 10, respectivamente, ¿cuál es la longitud de *AB*?



Solución a las situaciones desafiante de tercer grado de secundaria.

Desafío No. 1

Se puede calcular la medida en metros de cada impulso, sabemos que la pista mide 3 metros para el carrito de Daniela: Recorrió 4/10 x 3 = 12/10 = 1.2 metros, completamos la tabla:

carrito	Recorrido en metros		Total en metros
	Primer impulso	Segundo impulso	
Daniela	1.2	1.5	2.7
Pamela	1.5	1.2	2.7
Lacas	1.125	1.625	2.75
Octavio	1.8	1	2.8

El carrito de Octavio quedo en primer lugar, el de Lucas en segundo lugar, el de Daniela y Pamela empataron en tercer lugar.

Desafío No. 2

Los ángulos del cuadrado miden 90º

Por lo que el ángulo ABC = 90º + 60º = 150º

Como los lados del cuadrado y del triángulo miden lo mismo, el triángulo ABC es isósceles.

El ángulo ACB es igual al ángulo BAC, que miden 180º – 150º = 30º entre 2, lo que da 15º cada uno.

El ángulo DCE mide 45º, que es la mitad del ángulo recto

El ángulo ACE = 90º – BCA – DCA = 90º – 15º – 45**º = 30º.**

Desafío No. 3

La figura 1 tiene un hexágono.

La figura 2 tiene 1 + 6 = 7 hexágonos.

La figura 3 tiene 1 + 6 + 12 = 19 hexágonos.

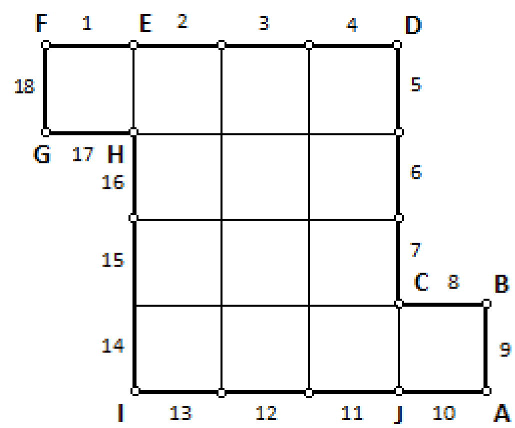
Se observa que cada capa va aumentando en múltiplos de 6, por lo que:

La figura 4 tendrá 1 + 6 + 12 + 18 = 37 hexágonos.

La figura 5 tendrá 1 + 6 + 12 + 18 + 24 = 61 hexágonos. En la quinta capa hay 24 hexágonos.

Desafío No. 4

Se puede dibujar la figura de manera que cumpla con la información proporcionada, es decir que JD = DF y DE = 3 EF. La figura con las proporciones correctas queda así (puede estar o no cuadriculada):



Se procede entonces a contar cuantos segmentos con medida igual al EF hay. Puede observarse que son 18, por tanto dividimos el perímetro en 1818 cm entre 18 tramos. 1818/18 = 101 cm.

ED= 3(101) = 3(101) = 303 cm.

JD = 4(101) = 404 cm.

Las medidas de los lados del rectángulo DEIJ son 303 cm x 404 cm.

Desafío No. 5

Los triangulos inferiores de la estrella tienen un vertice comun y entonces el angulo en ese vertice es igual. Llamemos α a ese angulo.

El otro angulo en el triangulo izquierdo mide $180^o - 100^o = 80^o$;

El otro angulo en el triangulo de la derecha mide $180^o - 93^o = 87^o$.

Figemonos el la suma de los angulos de los triangulos inferiores de la estrella, tenemos que:

$x + \alpha + 87^o = 58^o + 80^o + \alpha$, de donde $x = 51^o$.

Desafío No. 6

Tenemos la medida del área del triángulo = $24\ cm^2$ y de la base BC = 8 cm.

Calculemos entonces la medida de la altura AB: $24\ cm^2 = AB(8\ cm)/2$

$AB = (24\ cm^2)\ (2)/(8\ cm) = 6\ cm$

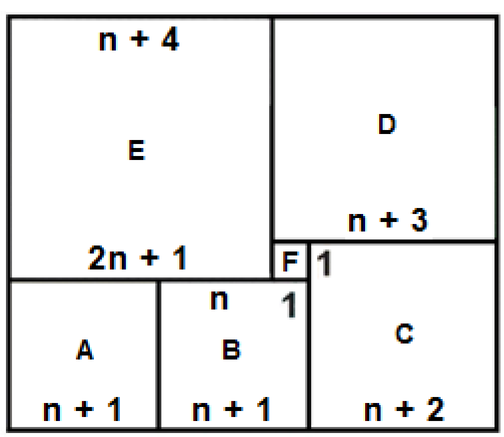
Con el teorema de Pitágoras, calculemos el valor de la hipotenusa AC:

$AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$ entonces $AC = 10$

El perímetro del triángulo ABC es: $P = AB + BC + AC = 10 + 8 + 6 = 24$ cm.

Desafío No. 7

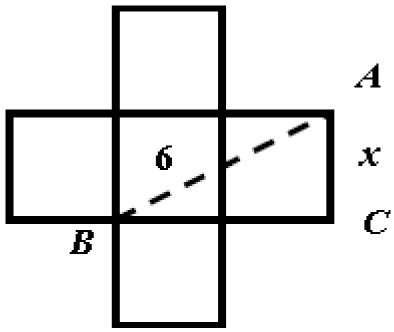
Nombramos a los 6 cuadrados con las letras A, B, C, D, E y F.
Llamamos **n** a lo que excede en un lado de B al lado de F.
De esta manera, el lado de B es **n + 1;** el lado de A es igual; el de C es **n + 1 + 1,** o sea, **n + 2**; el de D es **n + 3;** y el de E es **n + 4.**
Pero el lado de E también es, tomando la medida de los lados de A y B, **n + 1 + n,** es decir, **2n + 1.**
Por tanto, **n + 4 = 2n + 1.**
Despejando **n,** tenemos: **2n – n = 4 – 1, n = 3 cm.**
Así, los cuadrados A y B miden 4x4 cada uno, el C mide 5x5 y el D mide 6x6.
El lado de E, el cuadrado grande, mide 7 cm.



Cabe aclarar que la figura completa no es un cuadrado, es un rectángulo de 13 x 11 cm.

Desafío No. 8

Denotemos por X a la longitud del lado de cuadro.



En el triángulo ABC, por el teorema de Pitágoras, tenemos que:

$6^2 = X^2 + (2X)^2$

$36 = X^2 + 4X^2$

$36 = 5X^2$

$36/5 = X^2$.

Por lo tanto, el área de cada cuadro es de 36/5 cm^2.
Como la cruz está formada por 5 cuadrados, el área de la cruz es de 36 cm^2.

Desafío No. 9

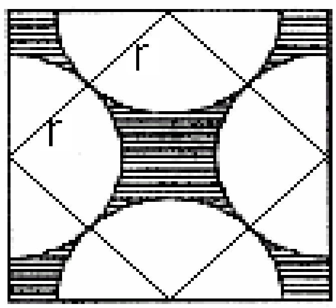
La probabilidad de un evento se calcula dividiendo el número de casos probables entre el número de casos posibles. En este caso el número de casos posibles se refiere al total de casos en que podemos obtener utilizando los dígitos 1, 2, 3 y 4, estos son:

$1 + 2 = 3$
$1 + 3 = 4$
$1 + 4 = 5$
$2 + 3 = 5$
$2 + 4 = 6$
$3 + 4 = 7$

Observemos que tenemos un total de 6 casos posibles, de los cuales solo dos cumplen que La suma es múltiplo de 3. Así que la probabilidad es igual a 2/6 = 1/3.

Desafío No. 10

Si unimos los centros de los círculos (que son los puntos medios del cuadrado) observamos que estas líneas pasan por el punto de tangencia, así que la longitud de cada una es de 2r, donde r es el radio de cada círculo.



Aplicando el teorema de Pitágoras en el triángulo con hipotenusa 2r, tenemos que:

$$(1/2)^2 + (1/2)^2 = (2r)^2$$

$$½ = 4r^2$$

$$r = 1/2\sqrt{2}$$

Finalmente, el área de la región sombreada es el área del cuadrado (la cual es 1) menos el área de las 4 semicircunferencias.

El área de cada semicircunferencia es:

$$\pi\ (1/2\sqrt{2})^2/2\ =\ \pi/16$$

Por lo tanto el área sombreada es igual a:

$$1–4(\pi/16) = 1 – \pi/4.$$

Desafío No. 11

Sean $n – 1$, n y $n + 1$ los tres enteros positivos consecutivos.

Entonces,

$(n – 1) + n + (n + 1) = (n – 1)(n)(n + 1)$

$3n = n(n^2 – 1)$

$3 = n^2 – 1$

$n^2 = 4$

$n = \pm 2.$

Como **n** es positivo, entonces **n = 2** y, por lo tanto **n –1 = 1** y **n +1 = 3.**

Luego, la suma de los cuadrados de los tres enteros es $1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$.

Desafío No. 12

Se plantean ecuaciones, L es lo que ahorro Laura, B es lo que ahorro Blanca:

1) $L + B = 360$
2) $L + 80 = B$

Sustituyendo la ecuación 2) en la 1)

$L + L + 80 = 360$

$2L = 360 – 80$

$L = 280/2$

$L = 140$

$B = L + 80 = 140 + 80$

$B = 220$

Laura tenía \$ 140.00 Y Blanca \$ 220.00

Desafío No. 13

El área del cuadrado **ABCD** es igual a **2012 x 2012 = 4048144 cm²** como las tres áreas son iguales,

Entonces el área de la parte sombreada es de **4048144/3 = 1349381.33 cm².**

El área del triángulo **BEF** es la mitad del área sombreada **1349381.33/2 = 674690.66 cm².**

El segmento **EF** es la base del triángulo **BEF,** su altura **h** mide **2012/2 = 1006 cm.,** conociendo su

Área y su altura podemos calcular su base: **A = b h/2,** **b = 2A/h,** **b = 2 x 674690.66/1006 = 1341.33** cm.

Que es la longitud del segmento **EF.**

Desafío No. 14

Podemos plantear la ecuación: $y = X^2 + 10$, en donde la y es la edad del padre y la x es la edad del hijo. Si el padre tiene 39 años, y = 39, entonces:

$$39 = X^2 - 10$$

$$39 + 10 = X^2$$

$$49 = X^2$$

$$X = \sqrt{49}$$

$$X = 7$$

Por tanto el hijo tiene 7 años

Desafío No. 15

Con los dígitos 2, 3 y 5 se deben formar cantidades de 1 ó 2 dígitos; es decir, sin llegar a 100.

De un dígito, son tres: 2, 3 y 5

De dos dígitos, son nueve: 22, 23, 25, 32, 33, 35, 52, 53 y 55 En total son doce.

0	2	3	5
2	22	23	25
3	32	33	35
5	52	53	55

Desafío No. 16

.

Se ponen al mismo tiempo los dos relojes de arena, el de cinco minutos y el de tres minutos.

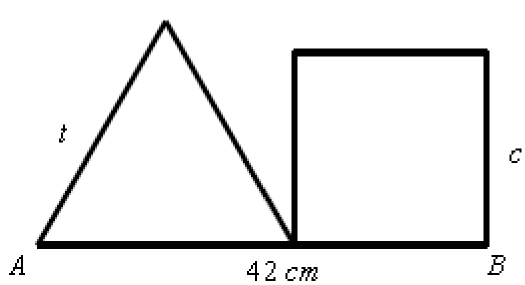
Cuando termina de bajar la arena del de tres minutos, se voltea para que inicie a contar otros tres minutos y el de cinco minutos sigue su marcha.

Cuando termina el de cinco minutos, en el de tres minutos queda un minuto arriba y dos abajo, se voltea éste entonces y empieza a contar los dos minutos de la arena que había bajado.

Cuando termina habrán transcurrido siete minutos, los cinco del reloj grande y dos del de tres minutos.

Desafío No. 17

Denotemos por t la medida del triángulo y por c la medida del lado del cuadrado.



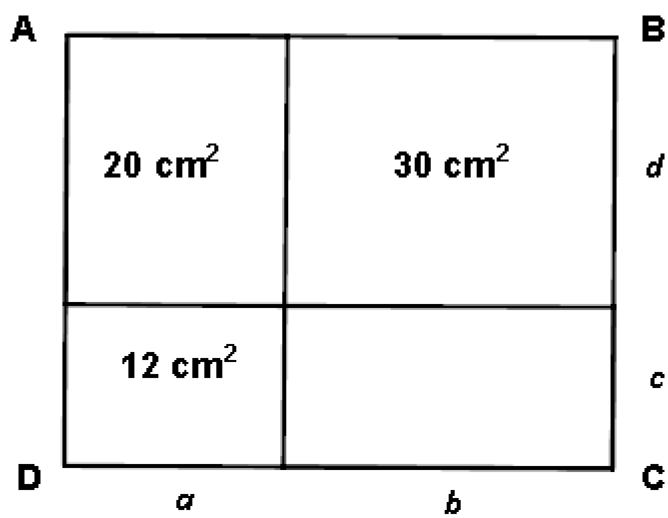
Tenemos que $t + c = 42$ y que $3t = 4c$, luego, $t = 42 – c$ y $3(42 – c) = 4c$, de donde $c = 18$ cm. Sustituyendo el valor de c, obtenemos que $t = 42 – 18 = 24$ cm. Por lo tanto, la diferencia entre el lado del triángulo y el lado del cuadrado es, $24 – 18 = 6$ cm.

Desafío No. 18

Sabemos que $p + 0 = 1$, por lo que, $p = 1$. Luego, $n + p = 0$, de donde $n = −1$.
Como $1 = m + n$, se tiene que $m = 2$ y que $n = k + m$, entonces $k = −3$.

Sabemos que $p + 1 = 1$, por lo que $p = 0$. Luego, $n + p = 1$, es decir, $n + 0 = 1$, de donde $n = 1$. Como $m + n = p$, es decir, $n + 1 = 0$ y $n = −1$. Finalmente $k + n = m$, es decir, $k + (−1) = 1$ y $k = 2$.

Desafío No. 19



Si tenemos que $20\text{ cm}^2 = a \times d$, $30\text{ cm}^2 = b \times d$, y $12\text{ cm}^2 = a \times c$, $X = b \times c$.

Observemos que $\frac{a\times d}{b\times d} = \frac{a}{b}\times \mathbf{1} = \frac{a}{b}$ y $\frac{a\times c}{b\times c} = \frac{a}{b}\times \mathbf{1} = \frac{a}{b}$

De aquí que $\frac{a\times d}{b\times d} = \frac{a\times c}{b\times c}$ y entonces $\frac{20\,cm^2}{30cm^2} = \frac{12cm^2}{x}$.

Así que $\boldsymbol{x} = \frac{30cm^2\times 12cm^2}{20cm^2} = \mathbf{18}\boldsymbol{cm^2}$.

De donde el área del rectángulo *ABCD* es igual a

20 cm^2 + 30 cm^2 + 12 cm^2 + 18 cm^2 = 80 cm^2.

Desafío No. 20

Logramos el resultado haciendo las operaciones inversas:

2012/4 = 503,

503 –3 = 500,

500/10 = 50,

50 – 1 = 49,

$\sqrt{49}$=7

El número que escogió al principio fue el 7.

Desafío No. 21

Como la altura del rectángulo es de 28 cm, la altura de los triángulos es de 14 cm. Entonces, horizontalmente también abarcan 28 cm del total de 30 cm que tiene de base el rectángulo, así que la base de los triángulos mide 2 cm. El área es $2 \cdot 2 \cdot 14 = 56$.

Desafío No. 22

Llamemos *g* al número de partidos ganados, *e* al de empatados y *p* al de perdidos.

Tenemos que 80 = 3*g* + *e* y 38 = *g* + *e* + *p*.

Multipliquemos la segunda ecuación por 3: 114 = 3*g* + 3*e* + 3*p*; a ésta restémosle la primera ecuación: 34 = 2*e* + 3*p*.

Como ambos *e* y *p* son no negativos, tenemos que $p \leq 11$ pero si $p = 11$, entonces *e* no es entero; para $\boldsymbol{p = 10}$ tenemos $e = 2$ y, sustituyendo en la primera ecuación, $g = 26$.

Ésta es la solución de ambas ecuaciones que tiene la máxima *p*.

Desafío No. 23

La diagonal BD parte al cuadrilátero en dos triángulos rectángulos de áreas

5 x 11 / 2   y 7 x 9 / 2.

Entonces el área del cuadrilátero es 55 + 63 / 2 = 118 / 2 = 59 cm².

Desafío No. 24

Llamemos s a la suma de las columnas. El número que falta en la tercer columna es $s-4$ y la suma de cada renglón es igual a $2+4+(s-4)+2=s+4$. El número que falta en la segunda columna es $s-4-3=s-7$. Si x es el número que estamos buscando, la suma del último renglón es $6+(s-7)+1+x=x+s$; como las sumas de todos los renglones son iguales, $x+s=s+4$, de donde $x=4$.

2	4	8	2
4	3	3	6
6	5	1	4

Desafío No. 25

Como F es punto medio de BC y ED es paralela a BC, por semejanza, P es punto medio de DE. Ahora, también por semejanza, $\frac{AE}{EC}=\frac{AP}{PF}$, esto es, $AE=EC\cdot\left(\frac{AP}{PF}\right)=4\left(\frac{10}{5}\right)=8$. Entonces el triángulo AEP debe ser rectángulo pues $10^2=6^2+8^2$ y entonces también lo es ACB. Una vez más, usando semejanza tenemos que $\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC}$, es decir, $BC=\frac{DE\cdot AC}{AE}=\frac{12\cdot 12}{8}=18$. Finalmente, usando el teorema de Pitágoras obtenemos $AB=\sqrt{18^2+12^2}=\sqrt{4(81+36)}=2\sqrt{117}$.