TEXAS INSTRUMENTS

Connecting Minds™

# Innovaciones Educativas

## Tecnología para la Enseñanza de las Matemáticas y las Ciencias

www.ti.com/calc/latinoamerica/

FLASH™

# Calculadoras Texas Instruments con tecnología Flash

Desde hace mucho tiempo estamos trabajando en Texas Instruments para conseguir realizar productos que pudieran adaptarse a las necesidades de los usuarios finales: profesores y alumnos. Por fin hemos conseguido una nueva tecnología para la memoria de nuestras calculadoras graficadoras: la tecnología Flash ROM, merced a la cual la memoria de nuestras calculadoras puede ser reescrita con nueva información. **¿Cuáles son las consecuencias de la implementación de esta tecnología?**

Hasta ahora, a medida que el currículo educativo evolucionaba, obligaba al mismo tiempo, a la evolución de las herramientas científicas y matemáticas. Sin embargo, la nueva generación de calculadoras de Texas Instruments dotadas de tecnología Flash nos permite ofrecer las primeras herramientas para el aula que son actualizables electrónicamente por medio de Internet. Unicamente ha de «bajarse» del sitio web de TI las últimas versiones del software a su computadora y desde ella, haciendo uso del TI-GRAPH LINK™, cargándolo en su calculadora.

Esto significa, ya de entrada, una magnífica inversión a largo plazo: los productos basados en la tecnología Flash le brindan la capacidad de extender la vida de sus calculadoras mejorando sus capacidades por medio de actualizaciones electrónicas de nuevas versiones de software. Esto significa que podremos:

- Evitar tener que comprar (y aprender) una calculadora nueva casi cada año.
- Adaptar su calculadora a su currículo
- Actualizar las funcionalidades de su calculadora a medida que sus necesidades varíen.
- Usar el mejor software de aplicaciones matemáticas creadas por TI u otras empresas, según se vaya desarrollando.

Sin embargo, la característica más fascinante de la tecnología Flash es que, gracias a ella, podemos conseguir una calculadora «a medida». Si lo deseamos, podemos instalar una serie de aplicaciones durante unos pocos días o semanas, y quitarlas posteriormente. Y eso con tantas aplicaciones como queramos (se están desarrollando cada vez más) y tantas veces como deseemos.

Comentar por último que hay ya tres modelos de calculadoras graficadoras que hacen uso de esta tecnología: la TI-83 Plus, la TI-89 y la TI-92 Plus. Gracias a esta tecnología, ha sido posible poner en español los distintos menús que aparecen en todas las aplicaciones y mensajes de estas calculadoras.

***Ángel Sánchez Catalán***

**Primera Edición – 2001**

*Dr. Edison de Faria Campos*
Universidad de Costa Rica – edefaria@cariari.ucr.ac.cr

# La tecnología y las múltiples representaciones

## Introducción

La presencia de la tecnología está transformando notablemente la forma de hacer matemática. Ella se convierte paulatinamente en un agente catalizador del proceso de cambio en la educación matemática, gracias a su potencial para permitir el manejo dinámico de múltiples sistemas de representación de objetos matemáticos, creando espacios en los que el estudiante pueda construir un conocimiento matemático más amplio, más complejo, más profundo y potente. La tecnología ofrece un medio para que el estudiante explore, conjeture, analice, verifique ideas y desarrolle habilidades y estrategias que serán importantes para la resolución de problemas y en otros contextos.

En su trabajo publicado en 1945, Polya [1] introdujo dos componentes importantes relacionados con el aprendizaje de las matemáticas:

1. La importancia de caracterizar el proceso de trabajar problemas matemáticos. En esta perspectiva presenta un modelo donde identifica cuatro componentes importantes:

   (a). La importancia de entender un problema
   (b). La necesidad de diseñar un plan de solución
   (c). La implantación del plan
   (d). La importancia de realizar una visión retrospectiva donde se evalúe no solamente los resultados obtenidos sino también todo el proceso y plausibilidad de la solución o soluciones.

2. La importancia del uso de los métodos heurísticos en la resolución de problemas. Los heurísticos son estrategias generales que pueden ayudar a avanzar en las distintas fases del proceso de solución. Algunos ejemplos incluyen: el uso de diagramas, tablas u *otras representaciones*, el descomponer un problema en partes más simples, el empleo de casos particulares y la búsqueda de patrones.

El reciente desarrollo tecnológico ha hecho que resurja el interés por utilizar las técnicas visuales como uno de los principales elementos de apoyo al proceso de enseñanza-aprendizaje. La visualización y el uso de múltiples representaciones de un objeto matemático son considerados como un fuerte soporte para la formación y comprensión de conceptos.

La teoría de los registros de expresión de Duval [2,3], propone reemplazar la acumulación de conocimientos ajenos desarticulados, por un modelo en donde estos se combinan en una ayuda recíproca. En este sentido los conceptos son vistos como objetos por aprehender, y mientras más interacción se tenga con un objeto, se tendrá una mejor concepción (o representación mental) del mismo.

Para llevar a cabo tal aprehensión, los objetos deben ser representados, ya que son las representaciones de los objetos las que realmente seremos capaces de manipular. Duval distingue dos tipos de representaciones: las mentales y las semióticas. Las representaciones semióticas son producciones construidas por el empleo de signos (sistema semiótico) que tiene sus propias limitaciones de significado y funcionamiento. Las representaciones semióticas son a la vez conscientes (notorias al sujeto) y externas (directamente visibles y observables) en tanto que las representaciones mentales son conscientes e internas.

Una figura geométrica, un enunciado en lengua natural, una fórmula algebraica, una gráfica, una tabla, son representaciones semióticas originadas de sistemas semióticos distintos.

Para que un sistema semiótico sea considerado un registro de representación, debe permitir las siguientes actividades:

- La formación de una representación identificable
- El tratamiento de una representación
- La conversión de una representación

El álgebra, la geometría y la aritmética no constituyen un registro de representación, ellos son dominios de la matemática, pero se hablará del registro de las figuras geométricas hechas con regla y compás, del registro de las figuras geométricas producidas por el software Cabri Géometre II™, del registro de las representaciones gráficas, del registro de la lengua natural, del registro del cálculo simbólico, etc.

La calculadora graficadora TI-92 permite conectar múltiples registros de representaciones y tiene incorporado un potente sistema de cálculo simbólico (CAS). En el ambiente TI-92 podemos manipular dinámicamente objetos matemáticos geométricos mediante la aplicación geométrica interactiva Cabri Geometry, representar datos numéricos en tablas y gráficamente, hacer ajuste de curvas mediante distintos modelos de regresión, realizar operaciones simbólicas sobre las funciones generadas, hacer conversión de una representación a otra y comparar los resultados obtenidos en las distintas representaciones utilizadas para resolver un mismo problema matemático.

Una herramienta cognitiva de esta naturaleza abre la posibilidad de estudiar un problema matemático desde distintos puntos de vista y representaciones de manera articulada, contribuyendo a establecer nuevas relaciones entre las representaciones en juego y a una mayor elaboración conceptual de los objetos matemáticos bajo estudio.

Moreno [4] afirma que "los instrumentos informáticos (calculadoras, computadoras, ...) tienen una característica que distingue a sus sistemas de representación de los sistemas escritos, a saber: la posibilidad de procesar las representaciones. En cierto sentido, esta capacidad de procesamiento del sistema de representación equivale a una externalización de una función cognitiva... y por otro lado, toda actividad cognitiva es una actividad mediada por instrumentos".

En este artículo utilizaremos distintas posibilidades de representación de la calculadora graficadora TI-92 para resolver un problema clásico de optimización, empezando con la representación visual dinámica.

# La tecnología y las múltiples representaciones

**Un problema de optimización**

Se construirá un oleoducto desde una refinería hasta unos tanques de almacenamiento, atravesando un pantano *(vea figura abajo)*. El costo de construcción a través del pantano es de $ 50.000,00 por kilómetro y sobre tierra firme de $ 25.000,00 por kilómetro. ¿Cómo debe construirse el oleoducto para que el costo de construcción sea mínimo?

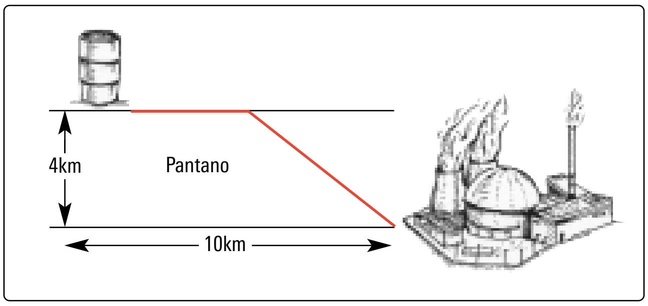



*Figura 1*

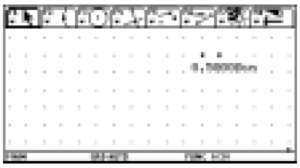
**Solución número 1: Utilizando el registro de las figuras Cabri Géomètre II™**

Pasos:

1. Presionar la tecla [APPS], seleccionar un nuevo archivo (new) en la aplicación Cabri Géomètre II, y digitar el nombre **aplic1** en el espacio correspondiente a Variable. Presionar dos veces [ENTER] para ingresar en la pantalla de Cabri Géométré II.

2. Presionar [◆] **F** (presione [◆] primero y posteriormente **F**). En la caja de diálogo que se abre, seleccionar **ON** para cuadriculado *(Grid)* y **FIX 5** para desplegar precisión *(Display Precision)*.

3. Presionar [F2] 2, seleccionar dos puntos consecutivos sobre el cuadriculado (grid) y calcular la distancia entre ellos ([F6] 1).



   La convención que haremos es la siguiente: la distancia entre dos puntos consecutivos del cuadriculado representa 1 km.

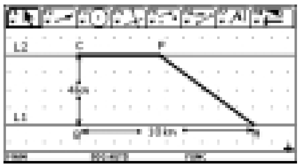
4. Construir una recta horizontal L1 ([F2] 4: Line) sobre dos puntos del cuadriculado, y cuatro puntos del cuadriculado sobre L1, construir una recta horizontal L2.

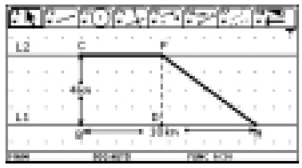
5. Construir un punto A en un punto del cuadriculado sobre L1 ([F2] 2). Este punto representará el oleoducto. Construir un punto B en L1 sobre el punto del cuadriculado que se encuentra a 10 puntos de distancia de A.

6. Construir una recta L3 que pasa por B y que sea perpendicular a L1 ([F4] 1). Sea C el punto de intersección entre L2 y L3 ([F2] 3). Ocultar L3 ([F7] 1).

7. Construir un punto P sobre L2, y construir los segmentos CP y PA.

8. Construir una recta L4 que pasa por P y que sea perpendicular a L1. Sea D el punto de intersección de L4 con L1. Ocultar L4.



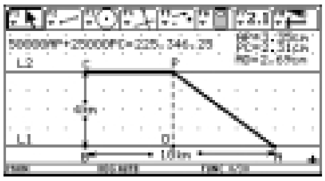


9. Medir las longitudes de los segmentos AP, PC, AD ([F6] 1).

10. Calcular el costo de la construcción del oleoducto

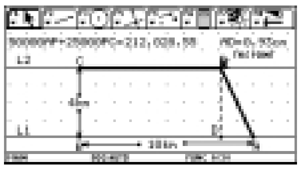
    *Costo* $= 50000\overline{AP} + 25000\overline{PC}$ ([F6] **6**).

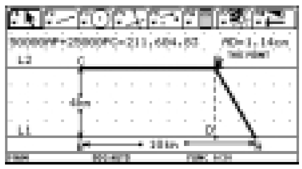
11. Capturar las medidas $\overline{AD}$, *Costo* ([F6] 7, opción 2 para definir entradas), seleccionar la longitud del segmento AD, seleccionar la medida Costo, y presionar [◆] D para capturar estos datos. Los resultados son almacenados en las dos primeras columnas del archivo sysdata.

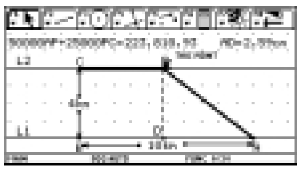


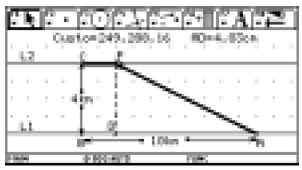
12. Seleccionar el punto P y utilizar las teclas [✋] y [⊙] (presionadas simultáneamente) para moverlo a una nueva posición. Presionar [◆] D para capturar la nueva información en el archivo *sysdata*.

13. Repetir el procedimiento anterior varias veces, con el objetivo de determinar aproximadamente la posición del punto P que produce el valor mínimo para el costo. El valor observado debe ser multiplicado por dos, y la unidad cambiada de cm a km., debido al cambio de escala que estamos utilizando. Las figuras que siguen representan a cuatro capturas de datos.









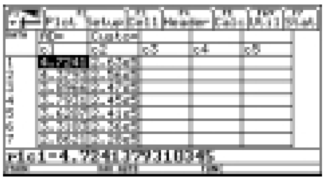
Por lo tanto, utilizando el registro de figuras del Cabri Géomètre II y ubicando el origen en el punto A, obtenemos que el costo mínimo de construcción del oleoducto es de aproximadamente $2 \times$ $ 211.604,83 $=$ $ **423.209,66**, y ocurre cuando el punto D se encuentra a una distancia aproximada de $1.14 \times 2\text{km} = 2.28\text{km}$ del punto A.

# La tecnología y las múltiples representaciones

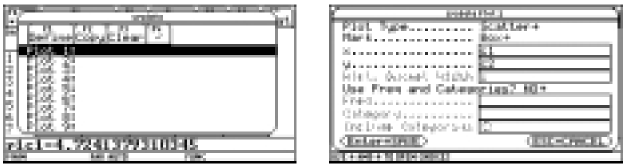
## Solución número 2: Utilizando regresión para determinar una curva que ajusta los datos

Ahora utilizaremos un sistema semiótico distinto: una tabla con los valores capturados en el ambiente Cabri Géomètre II™ y almacenados en sysdata.

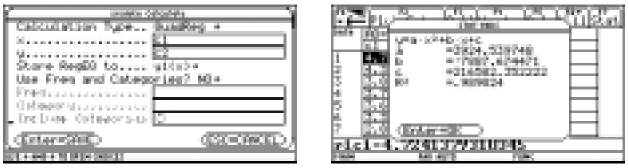
1. Presionar [APPS] 6, opción 2, seleccionar sysdata en el campo *Variable* y presionar dos veces [ENTER]. Aparecerá una tabla con los datos capturados en Cabri Géomètre. La columna 1, **c1**, contiene los valores de $\overline{AD}$ y la columna 2, **c2**, contiene los valores del costo de construcción del oleoducto.



2. Presionar [F2] para configurar el tipo de gráfico estadístico a utilizar, escoger el primero gráfico *(plot)* desocupado, y presionar [F1] para definir los parámetros, seleccionar la opción 1 para *Plot Type*, opción 1 para *Mark*, digitar c1 para x:, c2 para y: y presionar [ENTER] dos veces.

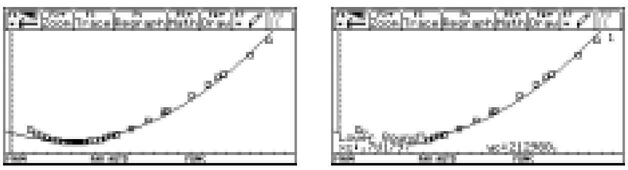


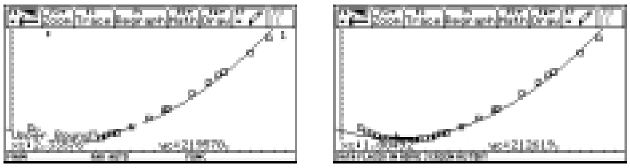
3. Presionar [ESC] para regresar al editor de datos, presionar [F5], seleccionar la opción 9 para *Calculation Type* para hacer una regresión cuadrática, digitar c1 para x:, c2 para y: y almacenar la ecuación de regresión en la función *y1(x)*. Presionar [ENTER].



   Aparece una equación de curva de mejor ajuste para los datos capturados, mediante regresión quadrática.

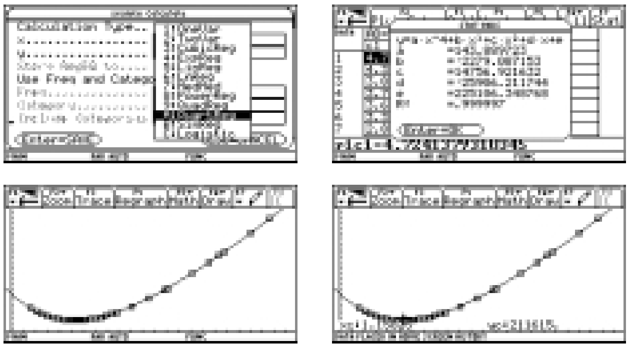
4. Presionar [◆] W para ingresar en el editor de funciones *(Y=)*, y observar que la ecuación de la regresión y del gráfico estadístico se encuentran seleccionadas. Presionar [F2] 9 para graficar los datos capturados y la función de ajuste. Utilizar [F5] 3 para determinar el punto de mínimo para la curva de ajuste: mover el cursor con ⊙ hacia la izquierda del punto de mínimo y seleccionar la cuota inferior. Repetir el procedimiento para la cuota superior y capturar el punto de mínimo en la pantalla principal presionando [◆] **H**.





La solución encontrada mediante regresión cuadrática es la siguiente: la proyección D del punto P que produce un costo mínimo se encuentra sobre la recta L1, aproximadamente a $2 \times 1.00492$ km $=$ 2.00984 km del punto A. El costo mínimo aproximado es de $2 \times$ \$ 212.619,00 $=$ \$ 425.218,00.

5. Utilizar regresión de cuarto grado para la curva de ajuste en el paso 3. El punto D se encuentra a aproximadamente 2.3165km del punto A, y el costo aproximado es de \$ 423.230,00.



## Solución número 3: Utilizando el registro de cálculo simbólico (CAS) de la TI92.

Sea $x = AD$. Como $AP = \sqrt{x^2 + 16}$, $PC = 10 - x$. si ubicamos el origen en A, el costo de la construcción del oleoducto es la siguiente función de $x$ definida en el intervalo [0,10 ]:

$$f(x) = 50000\sqrt{x^2 + 16} + 25000(10 - x).$$

La figura que sigue muestra los pasos seguidos para obtener la solución utilizando comandos del ambiente de cálculo simbólico de la TI-92 desde la pantalla principal. Los comandos pueden ser digitados directamente, o bien obtenidos del menú [F4] 1 *(Define)*, [F3] 6 *(fMin)*, [F3] 1 para calcular derivada, [F2] 1 para resolver la ecuación que permite determinar los puntos críticos de la función de costo.

# La tecnología y las múltiples representaciones

Las soluciones encontradas al utilizar el comando ***fMin*** y el comando de derivación simbólica seguido por el comando ***solve*** son bastante parecidas. Para notar la diferencia entre ellas, tendremos que utilizar mas cifras significativas.

En la tabla que sigue encontramos en forma resumida los resultados obtenidos al utilizar distintas representaciones semióticas.

| Representación | Cabri Géomètre II™ | Regresión Cuadrática | Regresión Cuártica | CAS+Cálculo Numérico*(fMin)* | CAS: Cálculo Diferencial |
|---|---|---|---|---|---|
| Distancia AD | 2,28km | 2,00984 km | 2,3165km | 2,3094010619854 | 2,3094010767585 |
| Costo mínimo | 423.209,66 | 425.218,00 | 423.230,00 | 423.205,08075689 | 423.205,08075689 |

La siguiente tabla compara los valores mínimos relativos para la función de costo, con los valores de la función en los extremos del intervalo [0,10].

| $x$ = distancia AD (km) | 0 | 2,3094 | 10 |
|---|---|---|---|
| *f(x)* = función de costo | 450.000,00 | 423.205,08 | 538.516,48 |

Lo anterior confirma que el punto crítico es en realidad un punto de mínimo absoluto para la función de costo. Podemos utilizar otro registro de representación para comprobar el resultado obtenido:

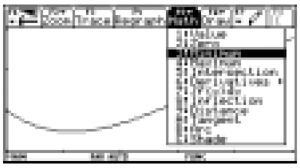
### Solución número 4: Utilizando el registro de las representaciones visuales de la TI92

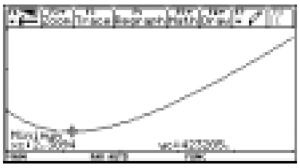
Podemos construir una tabla y un gráfico para la función de costo,
$f(x) = 50000\sqrt{x^2 + 16} + 25000(10 - x), x \in [0,10]$

Presionar ◆ **W** para ingresar en el editor de funciones *(Y=)* y digitar la ecuación correspondiente a *f(x)*.

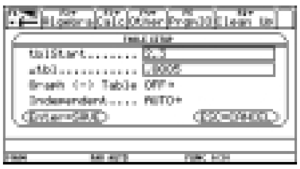
Presionar ◆ **E** para ingresar en el editor de ventana *(WINDOW)* y digitar los parámetros para la graficación.

Presionar ◆ **R** para graficar e F5 3 para determinar o ponto de mínimo.





Presionar ◆ **T**, escoger los parámetros bien cerca del punto de mínimo, y presionar ◆ **Y** para ver la tabla.



Podemos reiniciar la tabla en el valor mínimo encontrado y reducir el valor de $\Delta$*tbl* para obtener mejores aproximaciones para el costo mínimo.

### Conclusión

De acuerdo a Gómez [6], aunque la tecnología no es la solución a los problemas de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, hay indicios de que ella se convertirá paulatinamente en un agente catalizador del proceso de cambio en la educación matemática.

Un instrumento como la calculadora graficadora TI-92 provee un rico ambiente para la resolución de problemas complejos, y puede ser pensado como una herramienta cognitiva o bien como un agente didáctico. La representación de un mismo objeto matemático en distintos sistemas de representación semióticos y la conexión entre los mismos permite que el encuentro entre el sujeto y el medio sea fructífero, y que el sujeto se apropie del conocimiento de una manera más efectiva.

### Referencias

[1] Polya, G. (1945). How to solve it. Princeton: Princeton University Press.

[2] Duval, R. (1988). Pour une approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives* nº. 1, pp 55-74.

[3] Duval, R. (1994). Les différents fonctionnements dúne figure dans une démarche géométrique. *Repéves*-IREM, nº 17, outubro de 1994.

[4] Moreno, L. (1999). Mediación instrumental y tecnología informática en la educación matemática. *Memorias del VII Simposio Internacional en Educación Matemática Elfriede Wenzelburger*. Grupo Editorial Iberoamérica, outubro de 1999.

[5] Stewart, J. (1994). *Cálculo*. Grupo Editorial Iberoamérica, México.

[6] Gómez, P. (1998). Tecnología y educación Matemática. *Revista de Informática Educativa*, Vol. 10, nº 1.

Viviana Barile

# La Tecnología Al Servicio Del Raciocinio Matemático

*Proyecto realizado con la TI-89 en la Universidad Nacional Andrés Bello, Chile.*

A mediados del año 1998 nuestra Universidad tomó la decisión de innovar en la enseñanza de las matemáticas y las ciencias. Esta innovación se debió a las conclusiones obtenidas por los profesores de la facultad de Ingeniería y Construcción Civil, de que los alumnos que ellos recibían en sus cursos de especialidad, no estaban en condiciones de enfrentar con éxito las asignaturas que le seguían, debido fundamentalmente a la carencia de raciocinio matemático como también a la casi nula habilidad para modelar matemáticamente situaciones reales de su ámbito profesional.

Producto de lo anterior vino el cuestionamiento sobre el objetivo de la enseñanza de las matemáticas y su metodología y se llegó a la siguiente conclusión:

> **El objetivo de enseñar matemática a nuestros alumnos es enseñar a pensar matemáticamente, lo que permite que el proceso de aprender a aprender sea más eficiente.**

También concluímos que debíamos enseñar a nuestros jóvenes a modelar problemas de la vida real desde su início, que la matemática y la física tuvieran un significado para él, y que no fuera solo un grupo de fórmulas que se manejan con memorizaciones y mecanizaciones.

En semestres anteriores se hizo un intento por lograr los objetivos antes mencionados, se usó un software matemático en computadores, pero por problemas de infraestructura y falta de apoyo para incorporarlo al proceso de enseñanza, hizo que la experiencia no fuera beneficiosa. Fué en este momento preciso cuando empezamos a estudiar la posibilidad que fuera una calculadora con características: numérica, gráfica y simbólica que apoyara nuestra tarea. Estudiamos el mercado y la mejor que encontramos fue la **calculadora TI-89**, que nos permitía facilidad y rapidez para acercarnos a nuestros objetivos.

Para diseñar la metodología de trabajo y en qué forma se incorporaría la calculadora TI- 89 en el proceso de enseñanza-aprendizaje, se tuvieron en cuenta tres objetivos:

(1) Formar un alumno con raciocinio matemático.
(2) Formar un alumno que tenga la habilidad para modelar y resolver problemas de la vida real.
(3) Formar un alumno que utilíce eficientemente la tecnología computacional en la solución de problemas matemáticos de la vida real.

El proyecto contempló varios pasos:

1. DISEÑO DE LA METODOLOGÍA
   La metodología contempla la utilización de la calculadora tanto por el profesor, como por el alumno.

Se diseñaron cuatro componentes de apoyo a la instrucción:

- Laboratorios con Calculadora
- Laboratorios de Autoaprendizaje
- Talleres Guiados
- Laboratorio de Matemática.

LOS LABORATORIOS CON CALCULADORA consisten en instancias de aprendizajes en la cátedra con el profesor titular de la signatura, donde este muestra y utiliza la calculadora para ciertos contenidos especificos.

LOS LABORATORIOS DE AUTOAPRENDIZAJE son guías de autoinstrucción que tienen como objetivo estimular al alumno a un aprendizaje por si mismo.

LOS TALLERES GUIADOS son una transformación de la clase tradicional de ayudantía o clase auxiliar. En estos talleres se plantea a los alumnos problemas de aplicación permitiéndoles utilizar todos los recursos disponibles, como apuntes, calculadoras, libros.

EL LABORATORIO DE MATEMÁTICA es un lugar físico provisto de pizarras, material de apoyo, calculadoras y un instructor capacitado para responder cualquier consulta de los alumnos relacionada con la asignatura.

Al inicio de cada curso se realizó un periodo de 3 semanas de nivelación coordinando las diferentes asignaturas del proyecto que un alumno tenía, esta nivelación se realizó mediante talleres (13) generalmente de autoinstrucción, y se enseño a los alumnos cómo, con la ayuda de la máquina podía superar algunas de sus grandes deficiencias de cálculo aritmético.

2. SE REESTRUCTURARON LOS CONTENIDOS de los cursos involucrados en el proyecto en la que se dió énfasis al desarrollo de los conceptos y a la rigurosidad de ellos, como asi mismo se dedicó mas tiempo a la aplicación de los contenidos. Se desenfatizaron las mecanizaciones y el tiempo que se le dedica a ellas.

3. PREPARAR A LOS PROFESORES QUE PARTICIPARÍAN EN EL PROYECTO EN TRES ASPECTOS:
   (i) Empapar a los coordinadores de cada asignatura (Álgebra, Cálculo, Trigonometría y Geometría Analítica) con los objetivos de este proyecto de tal forma que él o ella transmita al resto de los docentes involucrados la forma de trabajar.

   (ii) Entrenamiento a los profesores en el uso de la calculadora TI-89. Los profesores al final del entrenamiento hicieron presentaciones de temas matemáticos donde se aprovecharon las capacidades numéricas gráficas y simbólicas de la calculadora.

   (iii) Se diseñaron los laboratorios para las diferentes unidades de los programas enfatizando la utilización de la máquina para el cálculo tedioso y rutinario y poner énfasis en el modelamiento de situaciones nuevas para el alumno. En esta etapa se discutió y analizó como sería la evaluación de estas asignaturas, se organizaron los programas de ellas clase a clase, dejando claro

# La Tecnología Al Servicio Del Raciocinio Matemático

cuantos laboratorios por cada tema y cuando ser abordados. También se diseñaron laboratorios de autoaprendizaje para generar en el alumno la confianza de que él puede aprender a aprender por si sólo.

4. PREPARACIÓN DEL MATERIAL PARA RECIBIR A LOS ALUMNOS: Se diseño una encuesta de autoconcepto del aprendizaje matemático, una prueba de diagnóstico y la mayoría de los laboratorios y guías de ejercicios que tendrían durante el semestre.

5. SE IMPLEMENTÓ UN LABORATORIO DE MATEMÁTICA destinado a cubrir las consultas de los alumnos con un horario de atención de 9:00 a 22:30 de Lunes a Sábado a cargo de instructores con la capacidad de responder consultas de matemáticas y aquellas relacionadas con la calculadora.

6. PUESTA EN PRÁCTICA DE LA METODOLOGÍA: Esta metodología se puso en práctica en los primeros años de las carreras de: Ingeniería Civil, Ingeniería de Ejecución y Construcción Civil.

A continuación detallaremos algunos hechos importantes de la práctica misma de la ejecución del proyecto:

Al final del período de nivelación que se realizó diariamente las tres primeras semanas iniciado el semestre, se repitió la prueba de diagnóstico obteniéndose los siguientes resultados: del período de de nivelación, el 20% de los alumnos alcanzó la nota mínima y después del periodo de nivelación el 65% alcanzó la nota mínima, cabe destacar que el instrumento fue el mismo y en la segunda etapa se permitió el uso de la máquina, por lo tanto no está claro si el alumno alcanzó sus objetivos porque usó la máquina o porque hubo una sustancial mejoría en el manejo de los conceptos tratados.

La implementación de este proyecto contempla dotar a cada uno de los profesores de un panel "ViewScreen™" y una calculadora. Se pusieron en la biblioteca de la universidad, 20 calculadoras gráficas TI-89 con el propósito que los estudiantes tuvieran acceso a ellas en la misma modalidad de préstamo que está un libro en la biblioteca. Esta nueva idea de servicio de la biblioteca en materia de calculadoras resultó ser una excelente experiencia y ciertamente que la recomendamos. La universidad realizó una negociación directa con la empresa distribuidora con lo que logró un buen descuento en la compra de las calculadoras lo que ha permitido que casi la totalidad, mas de un 80% de los alumnos la tengan.

En un principio los alumnos estaban demasiado entusiasmados con lo que la calculadora podía realizar mas que por los contenidos mismos de las asignaturas, pero a medida que ha transcurrido el tiempo, ellos ya no se distraen tanto con la máquina misma. Esta calculadora permite que se incorpore en ellas una gran variedad de programas matemáticos y de ciencias, por lo que los profesores debemos estar continuamente informándonos de lo que existe en Internet para la calculadora, además del material disponible elaborado por profesores de diferentes países. El tiempo destinado a los laboratorios no ha sido suficiente y hemos tenido que reestructurar los tiempos, y en algunos casos contenidos para poder alcanzar a cubrir el programa. Hemos debido luchar por mantener el sentido crítico de los estudiantes con los resultados que dá la máquina ya que algunos aún creen demasiado en los resultados entregados por la máquina, esto justifica ciertamente que no se deben descuidar en ningún momento los aspectos teóricos y los fundamentos de la matemática en la enseñanza de ella.

Acaba de finalizar el primer semestre de estos alumnos y estamos comenzando el segundo, con relación a los objetivos del programa todavía no se pueden evaluar bien, pero sin duda los alumnos que pasaron la asignatura tienen una mayor confianza y una mejor actitud hacia las situaciones problemáticas nuevas, en los profesores se ha visto una creatividad y una disposición positiva.

Los profesores evaluaron el apredizaje esencialmente en el manejo de conceptos y resolución de problemas, y no el manejo de la máquina.

Es necesario revisar todas las etapas de este proyecto y replantear algunas actividades a la luz de lo que la experiencia nos ha ido entregando. Estamos en condiciones de poder entregar en este minuto algunas recomendaciones, en caso que usted decida incorporar esta calculadora en su trabajo.

1. *Plantear en su comunidad la idea de que el alumno debe ser el protagonista en el proceso de enseñanza - aprendizaje.*

2. *Entender que en el error hay aprendizaje, lo que significa que la modalidad ensayo-error debe ser incorporado a las estrategias para hacer que el estudiante aprenda.*

3. *No improvisar con la máquina en la sala de clases. Cada asignatura debe ser planificada e implementada previamente no se puede asumir que la máquina se convierta en la solución a todos los problemas planteados.*

4. *Se debe hacer un esfuerzo en convencer a cada docente, que enseñar matemática a un alumno no es memorizar procedimientos ni mecanismos repetitivos. Se debe estimular y enfatizar el raciocinio matemático, conectándolo con el mundo real y no enseñar los conceptos y aplicaciones aisladamente.*

Este proyecto ha tenido un gran impacto en la comunidad, lo que se ha traducido en invitaciones a congresos, encuentros con educadores y mesas redondas para dar a conocer nuestra experiencia. En este momento nosotros implementaremos esta metodología a toda nuestra universidad. Ademas ya estamos realizando una labor de extension hacia las escuelas y colegios de nuestra comunidad.

**Autor:**
**VIVIANA BARILE**
Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional Andrés Bello
Santiago, Chile.
vbarile@abello.unab.cl

*Lisa Suarez-Caraballo*, Luis Muñóz Marin Middle School, Cleveland, Ohio

# ¿Las Estadísticas y la Soda?

*En esta actividad los estudiantes utilizan datos del consumo de la soda para decidir dónde en los Estados Unidos deben construir una planta embotelladora.*

Objetivo: Los estudiantes usarán los métodos estadísticos y la calculadora TI-73 para describir, analizar y evaluar datos para tomar decisiones y contestar la pregunta:

**¿Dónde en los Estados Unidos debes construir tu fábrica de soda?**

*Motive a sus estudiantes leyéndoles el siguiente cuento:*

Ustedes han creado un refresco nuevo. Sus amigos piensan que es delicioso, así que ustedes ahora planean abrir una planta embotelladora nueva en algún lugar en los Estados Unidos para comenzar la producción. Antes de empezar ustedes tendrán que convencer a alguna persona o a un banco para que los ayuden a comenzar ya que no tienen suficiente dinero para construir una planta embotelladora ahora mismo. Una cosa que ustedes deben saber es dónde quieren localizar su planta. ¿Cuál será el nombre de su soda? ¿Cómo podrían decidir cual es el mejor estado para construirla?

## Coleccionando los Datos

Aquí hay unos datos que quizás los ayuden a decidir donde quieren localizar su embotelladora de soda. La tabla muestra el número de galones de refrescos vendidos por persona en 1977 en cada estado.


| Estado | Galones Por Persona | Estado | Galones Por Persona |
|---|---|---|---|
| Alabama (S) | 36.8 | Nebraska (C) | 32.9 |
| Alaska (O) | 29.5 | Nevada (O) | 34.5 |
| Arizona (O) | 29.1 | New Hampshire (NE) | 28.4 |
| Arkansas (S) | 33.3 | New Jersey (NE) | 28.7 |
| California (O) | 32.2 | New Mexico (O) | 28.7 |
| Colorado (O) | 30.0 | New York (NE) | 31.7 |
| Connecticut (NE) | 31.3 | North Carolina (S) | 39.9 |
| Delaware (NE) | 32.5 | North Dakota (C) | 23.2 |
| Florida (S) | 39.7 | Ohio (C) | 34.1 |
| Georgia (S) | 39.4 | Oklahoma (S) | 31.0 |
| Hawaii (O) | 31.3 | Oregon (O) | 23.8 |
| Idaho (O) | 20.7 | Pennsylvania (NE) | 26.5 |
| Illinois (C) | 33.2 | Rhode Island (NE) | 28.5 |
| Indiana (C) | 28.8 | South Carolina (S) | 39.1 |
| Iowa (C) | 29.0 | South Dakota (C) | 25.5 |
| Kansas (C) | 35.9 | Tennessee (S) | 36.4 |
| Kentucky (S) | 35.3 | Texas (S) | 35.9 |
| Louisiana (S) | 36.7 | Utah (O) | 28.0 |
| Maine (NE) | 29.2 | Vermont (NE) | 26.6 |
| Maryland (NE) | 34.9 | Virginia (S) | 38.3 |
| Massachusetts(NE) | 31.6 | Washington (O) | 25.1 |
| Michigan (C) | 33.4 | Washington D.C. (NE) | 36.0 |
| Minnesota(C) | 33.0 | West Virginia (NE) | 34.2 |
| Mississippi (S) | 38.2 | Wisconsin (C) | 28.8 |
| Missouri (C) | 36.4 | Wyoming (O) | 20.6 |
| Montana (O) | 23.3 | | |

Regiones de los Estados Unidos
(S) = Sur (NE) = Noreste (C) = Central (O) = Oeste

La fuente: "Beverage World", March 1978

## Organizando los Datos

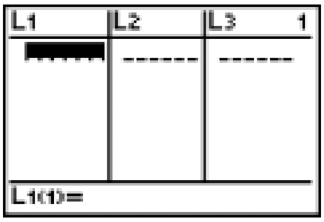
Ahora vamos a organizar la información de esta tabla grande apenas un poco. Una manera de organizar y analizar los datos es utilizando una tabla. Complete la tabla que sigue dividiendo los estados en las regiones donde estan localizadas con la cantidad de soda que se consume en ese estado.

| Oeste | Central | Sur | Noreste |
|---|---|---|---|
| Alaska 29.5 | | Alabama 36.8 | Connecticut 31.3 |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

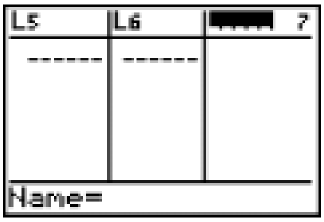
# ¿Las Estadísticas y la Soda?

### Capturando los Datos en la TI-73

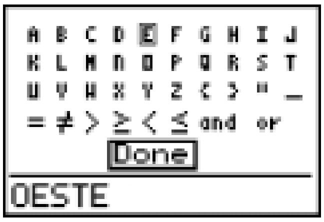
Para analizar estos datos y ayudarte a decidir dónde debes construir tu embotelladora vas a usar la TI-73. Empezamos asignándole un nombre a la lista y luego introduciendo los elementos numéricos de la tabla que acabas de completar.



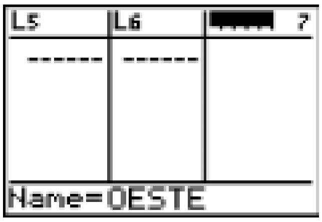

Presione [LIST]

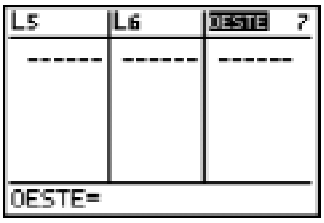



Presione la flecha señalando hacia la derecha ▶ para llegar a la primera lista vacía y sin nombre.

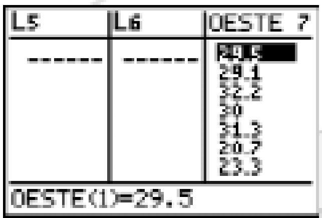


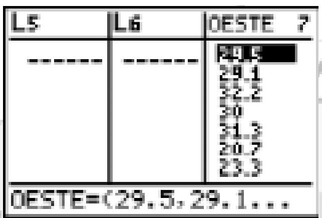

Para acceder a las letras utilice el editor de texto presionando [2nd] [TEXT]. Escoje las letras utilizando las flechas y presione [ENTER]. Cuando termines escoje (Done) y presione [ENTER].




Presione [ENTER] otra vez para aceptar el nombre que aparece en la linea de edición y nombrar la lista.



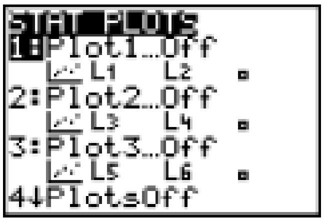




Introduzca los elementos de la lista. Presione [ENTER] o ▼ para desplazar el elemento hasta el interior de la lista.

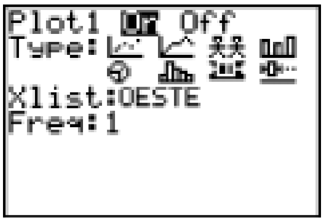

Sigue nombrando e introduciendo los elementos de las otras regiones, utilizando los mismos pasos .

### Analizando los Datos

Para esta actividad vamos a usar el Diagrama de Cajas para analizar los datos. Este diagrama muestra como se distribuye las medidas de centralización de la cantidad de soda que se consume en cada región.

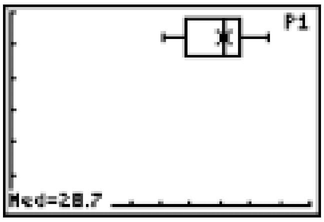



Acceda al menú STAT PLOTS presionando [2nd] [STAT] y seleccione **Plot1** para definir el diagrama estadístico.




Defina **Plot1** como diagrama de cajas, como se muestra arriba. Seleccione el icono . En **Xlist:** seleccione una de las regiones de los Estados Unidos presionando [2nd] [STAT] **:WEST** [ENTER].

Defina **Plot2** y **Plot3** de la misma manera con las otras regiones (central, noreste, sur). La TI-73 solo puede trazar tres diagramas estadísticos simultáneamente.




Las líneas del diagrama, denominadas filamentos, se extienden desde el mínimo del conjunto(minX) hasta el primer cuartil(Q1) y desde el tercer cuartil(Q3) hasta el máximo(maxX).

La línea vertical central es la media(Med) de todos los puntos de datos. Desplácese por el diagrama de cajas presionando [TRACE] ◀ y ▶.

Utilice el comando **ZoomStat** para visualizar el diagrama estadístico. Presione [ZOOM] **7:ZoomStat**.

### Usando los Datos

Ahora puedes decidir cuál de las regiones de los Estados Unidos será la mejor para construir tu embotelladora.

**Analizando los cuatro diagramas:**

1. ¿En cuál de las regiones de los Estados Unidos se vende más soda?
2. ¿Cómo lo sabes?
3. ¿Cómo puedes usar estos datos y el análisis que acabas de hacer para convencer a un banco que te dé un préstamo para construir tu embotelladora y comenzar la producción de tu soda?
4. ¿Necesitarías hacer algún otro análisis para convencer a un banco que te preste dinero para comenzar?

Lola Rodríguez Soalleiro

# Usando la calculadora graficadora en el exámen de Selectividad

**En algunas Comunidades Autónomas está permitido el uso de calculadoras graficadoras en las pruebas de selectividad mientras que en otras no se permite su utilización en base a una serie de motivos entre los que quizá el más alegado consiste en indicar que el problema sería resuelto por la calculadora mientras que el alumno no tendría por qué tener prácticamente ningún tipo de conocimiento del mismo. Pero esto no es así: manejar una calculadora graficadora supone una serie de conocimientos matemáticos que el alumno tiene que dominar de antemano y una búsqueda de estrategias para resolver problemas que requiere una preparación previa. Utilizando la calculadora graficadora evitamos que los alumnos se pierdan en los cálculos y se centren en el contenido del problema y en la búsqueda de soluciones.**

Presentamos un ejemplo de cómo se puede resolver un sistema uniparamétrico haciendo uso de una calculadora graficadora con cálculo simbólico.

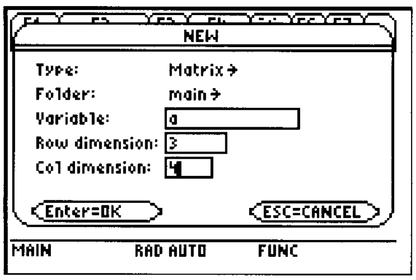
Resolución de un sistema de ecuaciones lineales con un parámetro utilizando una calculadora graficadora con cálculo simbólico.

Discutir el sistema de ecuaciones
$kx + 2y + 6z = 0$
$2x + ky + 4z = 2$
$2x + ky + 4z = k - 2$
según los valores del parámetro k y resolverlo para $k = 2$.

Este es el ejercicio 4, opción B de las Pruebas de Aptitud para el acceso a las Universidades públicas de la Comunidad de Madrid (LOGSE). Curso 1998/99. Convocatoria de Junio de la Materia: Matemáticas II. En dichas pruebas no está permitido el uso de calculadoras graficadoras ni con cálculo simbólico.

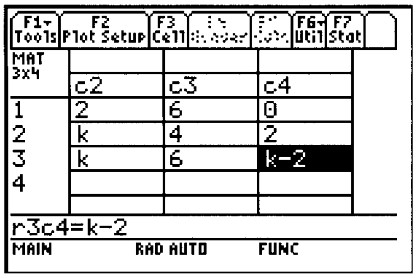
Veamos cómo se resolvería el problema con una calculadora de estas caracteristicas, la TI-89:

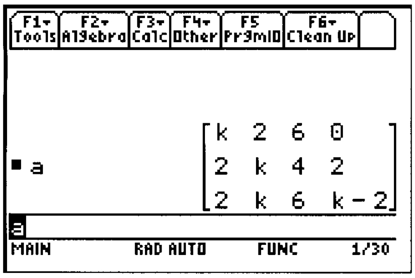
Abrimos el editor de matrices:

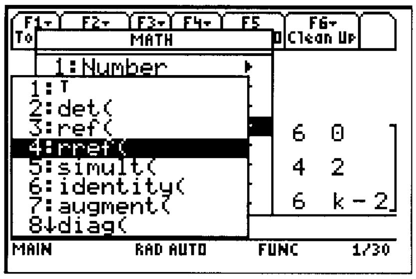

**Resolución de un sistema de ecuaciones lineales con un parámetro utilizando una calculadora graficadora con cálculo simbólico.**

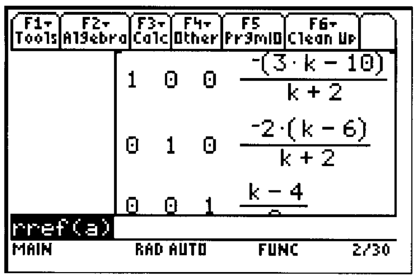
e introducimos los datos de la matriz ampliada:




Con la orden **rref** obtenemos las soluciones directamente:

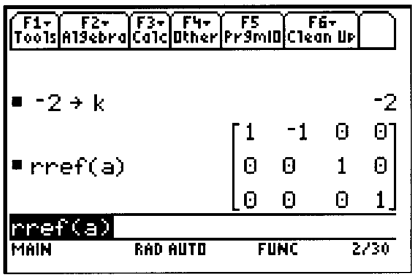



Vemos inmediatamente que para k = - 2 el sistema es incompatible.

Además, si tratáramos de calcular las soluciones para k = -2, obtendríamos:

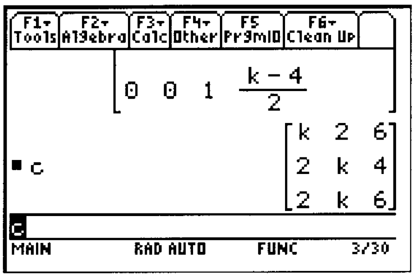
# Usando la calculadora graficadora en el exámen de Selectividad

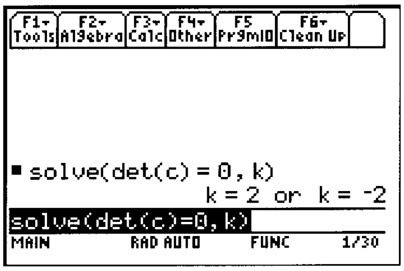



Analizando la matriz resultante se concluye que el sistema no tiene solución.

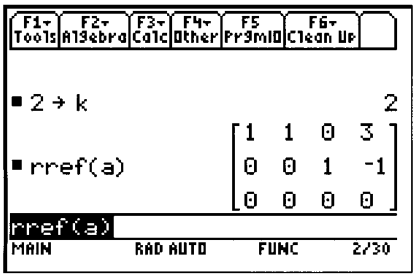
Por tanto el sistema es compatible para k ≠ -2. Se trata de analizar cuándo es **compatible determinado** y cuándo es **compatible indeterminado**.

Introducimos la matriz de los coeficientes y calculamos su determinante:




El determinante es cero para los valores – 2 y 2.
Para k = - 2 ya está hecho el análisis. Veamos qué ocurre para k = 2



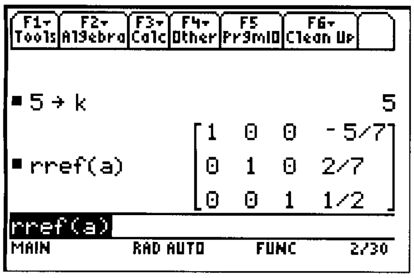

Analizando la matriz resultante se concluye que el sistema es compatible indeterminado, el rango de la matriz es 2 y por tanto las soluciónes son los infinitos puntos de la recta:

x + y = 3
z = - 1

El estudio, por tanto queda de este modo:

| | |
|---|---|
| **k = -2 →** | **Sistema incompatible.**<br>**Los planos no se cortan.** |
| **k = 2 →** | **Sistema compatible indeterminado:**<br>**se cortan según una recta.** |
| **k ≠ -2 y k ≠2 →** | **Sistema compatible determinado.**<br>**Se cortan en un punto.** |

Si lo resolvemos para cualquier valor distinto de – 2 y 2, por ejemplo para k = 5:




Vemos que se cortan en el punto (-5/7, 2/7, $^{1}/_{2}$ ).

**Algunas consideraciones:**

- La máquina dispone de varios métodos para resolver sistemas (rref, simult, ...): el alumno tendrá que elegir el más eficaz según el problema que se le plantee.
- La máquina no resuelve el problema sola: el alumno es el que introduce las operaciones pertinentes de antemano.
- El problema no tiene una solución inmediata a golpe de tecla: el alumno tiene que razonar las respuestas parciales y pensar la siguiente operación a introducir.
- El alumno tiene que interpretar los resultados y sacar las conclusiones.
- El alumno que resuelva el problema de este modo sabe en cada momento lo que quiere hacer, domina las situaciones diversas que se le puedan plantear y conoce los distintos métodos de resolución de un sistema.

Por tanto no creo que el uso de calculadoras graficadoras perjudique a los alumnos; todo lo contrario pienso que su uso, aparte de iniciarles en una actividad propia del mundo tecnológico que se van a encontrar, hace que comprendan el **porqué** estan haciendo ciertas operaciones y no se pierdan en el **cómo** hacerlas.

**Autor:**
LOLA RODRÍGUEZ SOALLEIRO
Centro de Formación de Profesorado de Leganés – Madrid

**www.ti.com/calc/latinoamerica/** **ti-cares@ti.com**

Los Representantes de Texas Instruments en su País:


**ARGENTINA, CHILE y URUGUAY**
**Juan Melín**
Malaga 115, Oficina 904
Santiago,
Chile
Email: jmelin@ti.com
Tel: (56-2) 321-3118
Fax: (56-2) 321-3119

**COLOMBIA, COSTA RICA** y otros países:
**Guenter Koerting**
Texas Instruments Incorporated E&PS
7800 Banner Drive, Mail Stop 3920
Dallas, Texas 75251
Email: g-koerting@ti.com
Tel: (972) 917-2061
Fax: (972) 917-4296

**MEXICO (sur del país)**
**Erica Zapata**
TI MEXICO TRADE, S.A. de C.V.
Montecito No. 38
World Trade Center
Piso 34, Oficina 17, Col. Nápoles
México, D.F. C.P. 03810
Email: ezapata@ti.com
Tel: (52-5) 488-2244 Ext. 113
Fax: (52-5) 488-2234

**MEXICO (norte del país)**
**Salvador Martínez**
1925 Central Blvd. (Rear)
Brownsville, Texas 78520
Email: smartinez@ti.com
Tel: (52-5) 488-2244- Ext. 116 (en México)
Fax: (52-5) 488-2234
Tel: (956) 554-9236 (en E.E.U.U.)
Fax: (956) 554-9237

**PUERTO RICO**
**Salvador Martínez**
1925 Central Blvd. (Rear)
Brownsville, Texas 78520
Email: smartinez@ti.com
Tel: (956) 554-9236 (en E.E.U.U.)
Fax: (956) 554-9237

**BRASIL**
**Daniel Storch**
Texas Instruments Incorporated
Rua Azarias de Melo, 648
13090-901 Campinas – SP
Brasil
Email: d-storch@ti.com
Tel: (55-19) 3754-1175
Fax: (55-19) 3251-8321


TEXAS INSTRUMENTS

*ConnectingMinds*™




CL2001NLM1/LAR/E