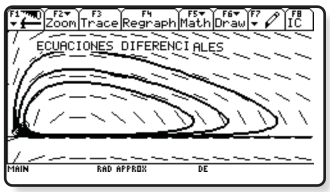
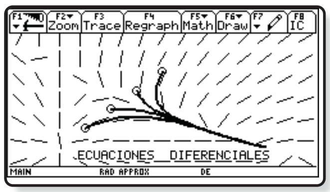
Texas Instruments

innovaciones educativas

Estudio de poblaciones modeladas por ecuaciones diferenciales ordinarias

Edison De Faria Campos
edefaria@cariari.ucr.ac.cr





Resumen

El objetivo de este artículo es utilizar el potencial de la calculadora graficadora Voyage^{TM} 200 para analizar algunos modelos matemáticos de poblaciones representados por ecuaciones o sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Introducción

La modelación matemática es de importancia fundamental en el aprendizaje y construcción de conceptos matemáticos pues nos permite analizar el comportamiento cuantitativo o cualitativo de los fenómenos modelados y realizar simulaciones. La calculadora Voyage^{TM} 200 permite potencializar aquellos modelos que son descritos por ecuaciones diferenciales ordinarias debido a su capacidad para determinar y desplegar las soluciones en distintos registros de representación semióticos tales como el algebraico, tabular y gráfico.

Además, la calculadora posee algunos comandos y herramientas internas que permiten hacer conversiones entre registros de representación y tratamientos dentro de un mismo registro. Este manejo dinámico de múltiples sistemas de representación de objetos matemáticos constituye un aspecto central para la aprehensión de los objetos matemáticos por parte del estudiante. Estas herramientas posibilitan la creación de un ambiente de experimentación en el aula, funcionando como mediadoras y agentes didácticos dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje (Bauldry y otros, 1997; De Faria, 1997, 1998, 2000; Moreno, 1999; Waits y Demana, 1996).

1. Modelos de poblaciones: una especie

Suponga que tenemos una población con N=N(t) individuos en el instante t y que la tasa relativa de crecimiento instantáneo r(N) de la misma es una función decreciente de N que cumple las siguientes propiedades:

·Si N = 0 entonces r = c (constante)
·Si $N = N_\infty \neq 0$ entonces r = 0 (N_∞ representa la capacidad del ambiente o el limite de crecimiento de la población)

Continúa en la página 3

En ésta edición

Estudio de poblaciones modeladas por ecuaciones diferenciales ordinarias
Edison De Faria Campos 1

Editorial 2

¡Una calculadora GRATIS! 2

¿Cómo puedo hacer...? 7

Gráfica de ecuaciones implícitas en coordenadas rectangulares
Ramón Sebastián Salat Figols 8

Medición cuantitativa de la reflexión de la luz de diferentes colores con respecto al color blanco
Rommel Alvarado Ortega,
Anabelle Castro Castro 10

Problema abiertos y uso de geometría interactiva.
Dr: Hernán Burgos V. 12

Cómo descubrir el día de la semana en que nacimos
Juan Manuel González Alfaro 14

Conozca el editor 15

Cómo suscribirse para recibir ésta revista 16

Internet y Eventos Educacionales . . .16

Editorial

Estimados lectores de Latinoamérica,

Nos complace poner en sus manos una nueva edición de la revista Innovaciones Educativas cuyo principal propósito es entregar una herramienta de comunicación al profesorado que le permitirá estar al día con el uso de la tecnología en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y las ciencias.

En esta edición incluimos artículos escritos por profesores en las áreas de las ecuaciones diferenciales abordando un problema de modelos de población, gráficas de ecuaciones implícitas, un laboratorio sobre la reflexión de la luz en diferentes colores, geometría en la construcción de una parábola y además tendrá la oportunidad de investigar el día de la semana en que usted nació.

A lo anterior agregamos la nueva sección: ¿Cómo puedo hacer?, que pretende ayudar al usuario a hacer aquellas rutinas tecnológicas más importantes y populares.
Como usted puede apreciar, se incluyen los correos electrónicos de los autores de los artículos con el objeto de producir una interacción directa si usted así lo requiere, esto sin duda que nos ayudará a mejorar lo que hacemos en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática y las ciencias.

Un aspecto que queremos remarcar en el uso de la tecnología de Texas Instruments es el hecho que podamos hoy complementar computadores y calculadoras con el claro propósito de satisfacer las demandas de la comunidad educacional. Así por ejemplo podemos sincronizar Excel con Cellsheet, intercambiar archivos de Cabri en la calculadora con Cabri II Plus y archivos de álgebra y cálculo al software DERIVE 6, permitiendo así una gran versatilidad del uso de la tecnología dentro y fuera del aula.

Para el grupo de editores es gratificante recibir una cantidad apreciable de artículos que hace nuestro trabajo de revisión más ardua, pero a su vez estimulante. Nosotros los invitamos a compartir con sus colegas de Latinoamérica aquellas iniciativas innovadoras para enriquecernos mutuamente en nuestra labor educativa.

NOTA: Si tiene una actividad / artículo que quiera compartir y publicar en ésta revista, contacte a uno de los editores.

¡Una calculadora GRATIS*!

La profesora Lilian Vargas de Chile recibe de manos del editor Marco Barrales una Voyage™ 200 por la contribución a la revista.

Ayude a otros profesores a perder el miedo a la tecnología. Envíe un artículo a nuestros editores y si es publicado recibirá una calculadora de su elección ¡gratis!

Perfil de los artículos
- Artículos que despierten la curiosidad por la tecnología y motiven al profesor a comenzar a utilizarla en sus clases
- Artículos que contienen una novedad de cómo resolver un problema que logra que otros educadores perciban las ventajas de resolver problemas con la calculadora

- Artículos con actividades que:
  - Usted exitosamente ha incorporado el uso de calculadoras en sus lecciones diarias y que sean cortas y fáciles de leer con pantallitas o gráficas
  - Incluyen pasos a seguir claramente detallados y explica fácilmente los conceptos a demostrar a sus estudiantes
  - Contienen formas en las que usted ha logrado exitosamente ligar las matemáticas a otras asignaturas utilizando tecnología.

Instrucciones Importantes:
Favor de enviar su artículo / actividad a uno de los editores en un archivo de Word, fuente Arial de 12 puntos, máximo de 3 páginas y enviar las pantallitas (formato tif, 300 dpi mínimo) y gráficos en archivos separados.
Solamente artículos / actividades prácticas que abordan el uso de calculadoras Texas Instruments para uso inmediato en las clases cotidianas. Tesis o reportes de investigación con tecnología de Texas Instruments son bienvenidos para publicarse en Internet pero no para la revista.

***Solamente una calculadora por artículo será obsequiada.**

Estudio de poblaciones modeladas por ecuaciones diferenciales ordinarias

Continuación

La función más simple que satisface las condiciones anteriores es la lineal:

$$r(N) = c\left(1 - \frac{N}{N_\infty}\right)$$

Como

$$\frac{N(t+\Delta t) - N(t)}{N(t)\Delta t}$$

representa la razón media de cambio de la población N en el intervalo de tiempo $[t, t+\Delta t]$ por unidad de población, entonces la tasa relativa instantánea de cambio de N es

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{N(t+\Delta t) - N(t)}{N(t)\Delta t} = \frac{1}{N}\frac{dN}{dt} = r(N)$$

y al reemplazar $r(N)$ obtendremos la ecuación diferencial que modela la población que cumple con las hipótesis mencionadas.

$$\frac{dN}{dt} = c\left(1 - \frac{N}{N_\infty}\right)N$$

Esta ecuación diferencial ordinaria de primer orden (variables separables) se conoce como *ecuación logística* y utilizaremos múltiples registros de representación para encontrar su posible solución general o bien particular cuando conocemos la población inicial .

Solución analítica

El comando *deSolve( )* permite resolver analíticamente muchos tipos de ecuaciones diferenciales de primer o de segunda orden, con o sin condiciones iniciales. Para las ecuaciones de primer orden, se utiliza la siguiente sintaxis:

deSolve(ecuación diferencial [**and** condición inicial], varindep, vardep)

varindep denota la variable independiente, mientras que vardep se utiliza para la variable dependiente. Para nuestra ecuación logística, si queremos la solución general basta escribir

$$deSolve\left(N' = c\cdot\left(1 - \frac{N}{N1}\right)\cdot N, t, N\right)$$

pues t es la variable independiente y N la dependiente. Estamos utilizando $N1$ en lugar de $N\infty$.

El comando *deSolve()* se encuentra en el menú F3 de la pantalla principal (HOME). Seleccione el navegador el comando deSolve y presione [ENTER] o simplemente presione la letra C desde el menú. El símbolo prima en N' se encuentra sobre la tecla [B] y se accesa mediante la combinación de teclas [2nd][B]. Después de digitar la expresión para deSolve en la línea de comandos presione [ENTER]. Al digitar la expresión es necesario utilizar el símbolo de multiplicación explícitamente, es decir, utilizar

$$c * \left(1 - \frac{N}{N1}\right) * N$$

en lugar de

$$c\left(1 - \frac{N}{N1}\right)N.$$

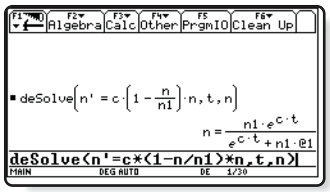


Figura 1

Observemos en pantalla anterior la solución general de la ecuación logística, que en nuestra notación original se escribe como

$$N = \frac{N_\infty e^{ct}}{e^{ct} + N_\infty @1}$$

con la constante arbitraria (de integración) $@1$.

Podemos determinar una solución particular de la ecuación que cumple, por ejemplo, con la condición inicial $N(0)=10$ (problema de Cauchy o con condición inicial)

$$deSolve\left(N' = c\left(1 - \frac{N}{N_\infty}\right)N \text{ and } N(0) = 10, t, N\right)$$

y copiar la respuesta en la variable $n(c,n1)$(con el comando Define o bien con la tecla [F4]) para evaluarla posteriormente en valores particulares de los parámetros c y $n1$. La tercera pantalla representa la solución para $c = 0.001$, $N\infty = 80$

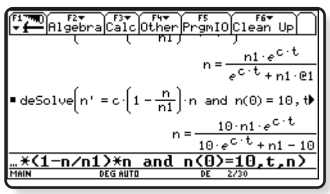


Figura 2

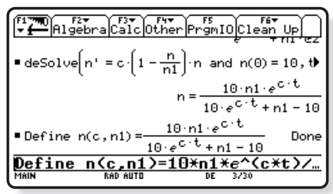


Figura 3

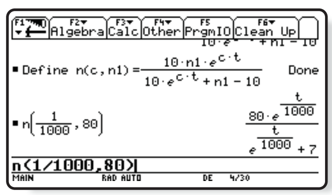


Figura 4

Por lo tanto la solución particular del problema de Cauchy

$$\begin{cases} \dfrac{dN}{dt} = \dfrac{1}{1000}\left(1 - \dfrac{N}{80}\right)N \\ N(0) = 80 \end{cases}$$

es $$N(t) = \frac{80e^{\frac{t}{1000}}}{7 + e^{\frac{t}{1000}}}.$$

Estudio de poblaciones modeladas por ecuaciones diferenciales ordinarias

Continuación

Campo de pendientes y curva solución

Para trazar el campo de pendientes, necesitamos cambiar el modo gráfico. Presione la tecla [MODE] y seleccione la opción 6:DIFF EQUATIONS para Graph. Presione la tecla [rombo verde] [W] para ingresar al editor de ecuaciones y digite la ecuación logística, con los valores $1/10$ para c y 80 para $n1$. No utilizaremos condición inicial por ahora.

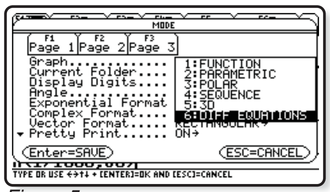


Figura 5

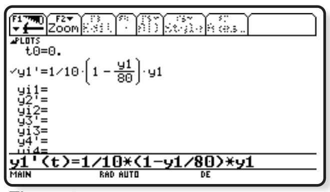


Figura 6

Presione la tecla [rombo verde] [E] y utilice los siguientes valores para los rangos de los parámetros t, x, y:

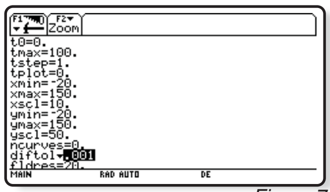


Figura 7

Presione [F1]:9 Format (o bien la tecla [rombo verde] y [F]) y seleccione SLPFLD para Fields [ENTER]. Pulse la tecla [rombo verde] y [R] para obtener el campo de pendientes para los valores particulares de los parámetros.

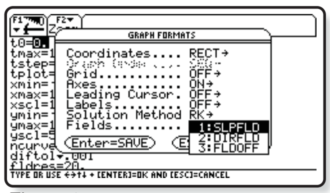


Figura 8

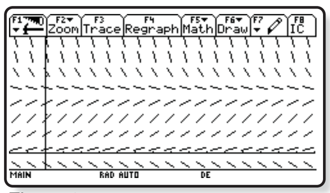


Figura 9

Experimente digitando distintos valores para la condición inicial $yi1$, desde el editor de ecuaciones, como por ejemplo ingresando una lista de valores iniciales: $yi1=\{0, 20, 50, 100\}$. Posteriormente utilice el menú [F8] en la pantalla gráfica, para seleccionar condiciones iniciales interactivamente. Digite un valor para t, presione [ENTER], digite un valor para $y1$ y presione [ENTER]. Ahora mueva el cursor a un punto arbitrario de la pantalla gráfica y presione [ENTER] para graficar la curva solución que pasa por el punto. Finalmente experimente con otros valores de los parámetros c y $N\infty$.

Solución numérica

Ahora buscaremos la solución para el problema con condición inicial:

$$\begin{cases} \dfrac{dN}{dt} = 0.1\left(1 - \dfrac{N}{80}\right)N \\ N(0) = 10 \end{cases}$$

Digite la ecuación y la condición inicial en el editor de ecuaciones la tecla [rombo verde] y [W] y presione F1 9:Format (o bien la tecla [rombo verde] y [F]) para determinar el formato gráfico de la solución numérica del problema.

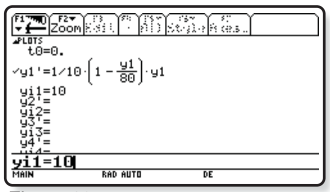


Figura 10

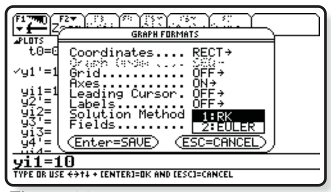


Figura 11

Utilice Runge-Kutta como método de solución, y SLPFLD como campo. Presione la tecla [rombo verde] y [R] para obtener la gráfica de la solución del problema con condición inicial. Repita el procedimiento, pero seleccionando Euler como método de solución, y experimente con FLDOFF como campo, para que el campo de pendientes no sea desplegado en pantalla.

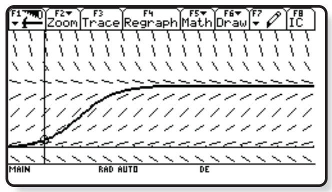


Figura 12

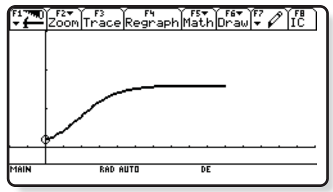


Figura 13

Representación tabular

Utilizando tablas, podemos comparar las soluciones dadas mediante los métodos de Runge-Kutta, de Euler y analítico. Presione la tecla [rombo verde] y [T] digite el valor cero para tblStart, 10 para Dtbl, y la tecla [rombo verde] y [Y] para desplegar la tabla. Para la solución analítica, cambie el modo gráfico a función (1: Function), utilice el comando deSolve, copie y pegue la solución a la primera función disponible en el editor de ecuaciones.

Runge-Kutta

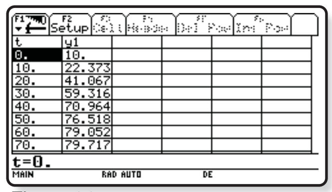


Figura 14

Euler

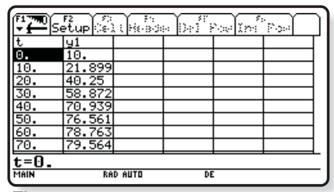


Figura 15

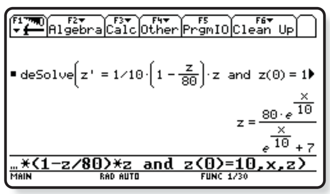


Figura 16

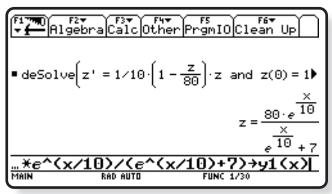


Figura 17

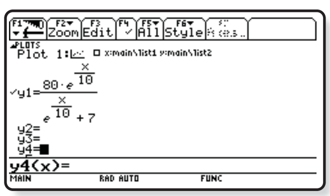


Figura 18

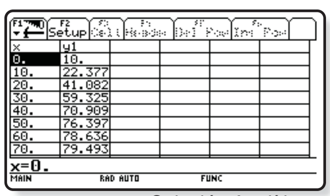


Figura 19 *Solución Analítica*

Finalmente, se puede determinar el error absoluto $|y_{analitica} - y_{aproximada}|$ para cada solución aproximada (obtenida con el método de Euler o el de Runge-Kutta).

Estudio de poblaciones modeladas por ecuaciones diferenciales ordinarias

Continuación

Ecuación logística y depensación crítica

Comparemos los dos siguientes modelos poblacionales dados por las ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dN}{dt} = 3.2\left(1 - \frac{N}{10}\right)N$$

(ecuación logística)

$$\frac{dP}{dt} = \begin{cases} 4(P-2)P & si \quad 0 \le P < 2 \\ 5\left(1 - \frac{P}{10}\right)(P-2) & si \quad 2 \le P \end{cases}$$

(depensación crítica)

con condiciones iniciales: $N(0)=0.1,\ P(0)=0.1$

*y1' = 3.2(1 - y1/10)*y1*
yi1 = .1
*y2' = when(y2 < 2, 4(y2 - 2)*y2, 5(1 - y2/10)*(y2 - 2))*
yi2 = .1

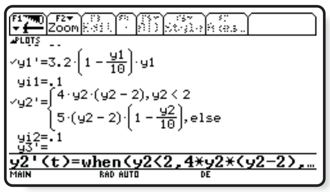


Figura 20

Con [F1]:9 Format o la tecla [rombo verde] y F seleccione FLD-OFF para Fields y seleccione los siguientes valores para los parámetros:

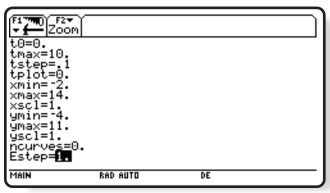


Figura 21

En el editor de ecuaciones presione F7 y seleccione CUSTOM para Axes: con y1 en el eje x, y1' en el eje y. Presione la tecla [rombo verde] y [R] para graficar.

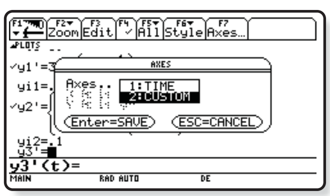


Figura 22

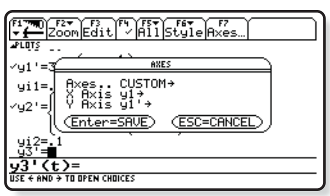


Figura 23

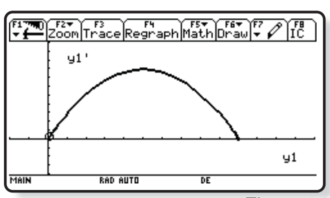


Figura 24

Después cambie los ejes para que quede $y2$ en el eje x, $y2'$ en el eje y, pero cambiando las condiciones iniciales para $yi1=\{1.99, 2.01\}$, $yi2=\{1.99, 2.01\}$ que se encuentran cerca de 2.

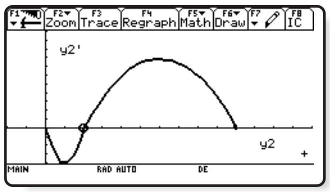


Figura 25

Los diagramas de fase de los sistemas autónomos muestran que si $0 < y1' < 10$ entonces mientras que $y2'' < 0$ para $0 < y2 < 2$ exhibiendo características de extinción de la especie modelada por la segunda ecuación. Si utilizamos TIME para Axes entonces podemos visualizar este comportamiento de las curvas solución para condiciones iniciales cercanas a 2.

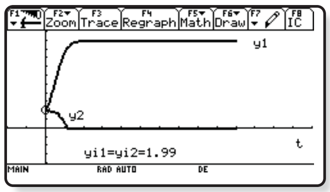


Figura 26

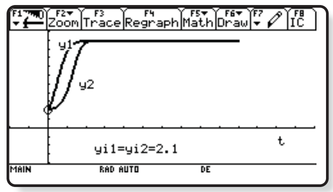


Figura 27

Por lo tanto, si la condición inicial es menor que 2 la población del segundo modelo desaparece en un corto intervalo de tiempo. Para condición inicial igual a 2 la población del primer modelo crece hasta estabilizarse en su máximo crecimiento mientras que la del segundo modelo se mantiene constante $P(t) = 2$. Si la condición inicial es mayor que 2 entonces ambas poblaciones crecen y se igualan en un intervalo finito de tiempo.

2. Modelos de poblaciones con dos o más especies

Consideremos un modelo de dos especies que compiten por un mismo recurso.
Sea $N(t)$ el número de individuos de la primera especie y $P(t)$ el número de individuos de la segunda especie. El modelo de Lotka y Volterra se describe mediante el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = rN\left(\frac{M_\infty - N - aP}{M_\infty}\right) \\ \frac{dP}{dt} = sP\left(\frac{\tilde{M}_\infty - P - bN}{\tilde{M}_\infty}\right) \end{cases}$$

Las ecuaciones anteriores se reducen a la ecuación logística en la ausencia de la otra población ($N=0$ o $P=0$). Analizaremos este modelo para algunos valores de los parámetros. $a, b, r, s, M_\infty, \tilde{M}_\infty$

$$a = 1.5,\ b = 0.8,\ r = 2,\ s = 1.7, M_\infty = 8, \tilde{M}_\infty = 4$$

No utilizaremos el campo de direcciones.

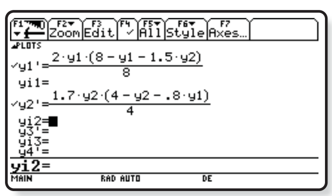


Figura 28

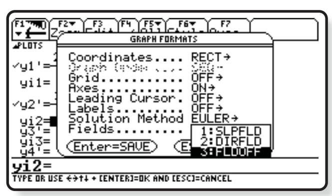


Figura 29

Estudio de poblaciones modeladas por ecuaciones diferenciales ordinarias

Continuación

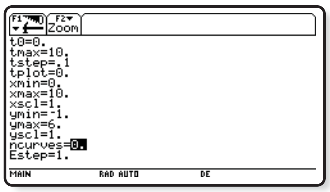


Figura 30

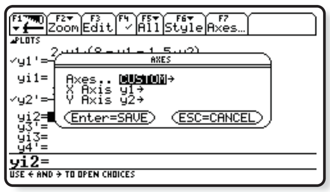


Figura 31

La primera población se representa por la variable $y1$ y la segunda por $y2$.
Presionar la tecla [rombo verde] y [R] para ingresar en la pantalla gráfica que permite representar las soluciones en el plano de fases. Con F8 seleccione algunos puntos (N,P)=(y1,y2) iniciales en la pantalla grafica algunos puntos $(N,P) = (y1,y2)$ iniciales en la pantalla gráfica.

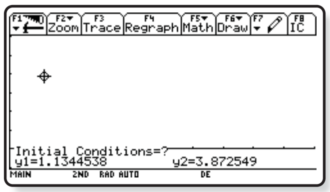


Figura 32

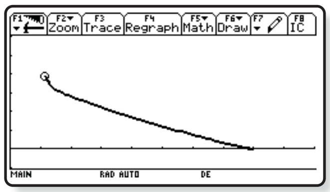


Figura 33

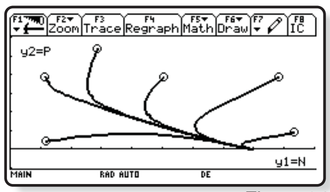


Figura 34

De la última pantalla podemos apreciar que la segunda población se extingue en algún instante $(y2 = P = 0)$ mientras que la primera población alcanza su capacidad $(y1 = N = 8)$ no importando el valor de las condiciones iniciales. Para algunas condiciones iniciales ambas poblaciones aumentan o disminuyen pero eventualmente la segunda población cae a cero. Cambie los valores de los parámetros r y s manteniendo los demás fijos y observe el comportamiento de las soluciones.

$$a = 1.5,\ b = 0.8,\ r = 2,\ s = 1.7, M_\infty = 8,\ \widetilde{M}_\infty = 4$$

Al cambiar el valor del parámetro a $(a = 3)$ manteniendo los demás fijos, podemos observar que las condiciones iniciales son importantes para determinar el comportamiento de las poblaciones.

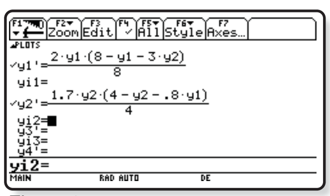


Figura 35

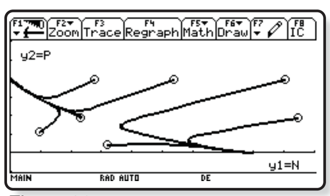


Figura 36

Al aumentar el valor de a aumentamos la influencia de la población *2* sobre la población *1*, es decir, aumentamos la tasa de muerte de la población *1* debido a la presencia de la población *2*. Algunas condiciones iniciales producen la extinción de la población 1 y el equilibrio de la población *2* en su capacidad ambiental $(y2 = P = 4)$ mientras que otras producen la extinción de la población *2* y el equilibrio de la población *1* en $(y1 = N = 8)$.

El modelo SIR

Consideremos una población cerrada con N individuos en la cuál se desató una epidemia. Sean $S(t),I(t),R(t)$ el número de individuos del grupo susceptible, infectado y recuperado respectivamente en el instante t. Las hipótesis de nuestro modelo son las siguientes:

a. N es constante.
b. $S(t),I(t),R(t) = N$.
c. Los individuos de la clase S pasan a la clase I con una razón directamente proporcional al producto de S por I.
d. Los individuos de la clase I pasan a la clase R con una razón directamente proporcional a I.

Entonces las ecuaciones para el modelo son las siguientes:

$$\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = -kSI \\ \dfrac{dR}{dt} = rI \\ \dfrac{dI}{dt} = kSI - rI \end{cases}$$

Como $\dfrac{dN}{dt} = 0$ es suficiente considerar la primera y la tercera ecuación para describir completamente nuestro modelo. Utilizaremos $y1$ para S, $y2$ para I. Además incluiremos $y3$ para R. Los valores de los parámetros que utilizaremos son:

k = 0.1, r = 0.7, yi1 = 98, yi2 = 2, yi3 = 0, FldOff, tMin = 0, tMax = 10, tStep = 0.1, tPlot = 0, xMin = 0, xMax = 10, Scl = 1, yMin = 0, yMax = 100, yScl = 10,TIME para ejes.

TIME para ejes.

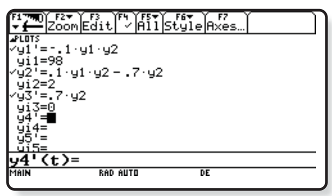


Figura 37

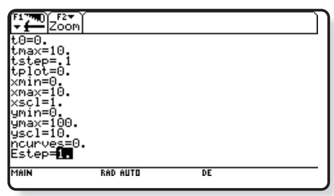


Figura 38

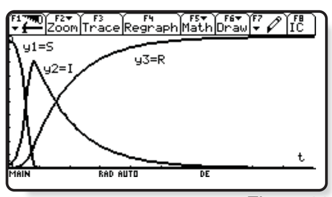


Figura 39

Al graficar podemos observar que la clase susceptible disminuye con el tiempo hasta llegar a cero antes de una unidad de tiempo. La clase infectada aumenta hasta llegar a su valor máximo y posteriormente disminuye llegando a cero mientras que la clase recuperada cambia de cero a la cantidad total de la población.

Estudio de poblaciones modeladas por ecuaciones diferenciales ordinarias

Continuación

Conclusión

El uso de la calculadora Voyage™ 200 es un excelente apoyo didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas pues nos permite interactuar dinámicamente con múltiples registros de representaciones de objetos matemáticos, modelar y simular poblaciones con una o varias especies de individuos. Existe un gran potencial en este instrumento para que los estudiantes puedan experimentar, conjeturar, verificar y contextualizar las matemáticas.

Referencias

[1]Bauldry W., Ellis W., Fiedler J., Giordano F., Judson P., Lodi E., Vitray R., West R. (1997). *Mathematics and Modeling*. Addison Wesley

[2]De Faria, E. (1997). Aplicaciones de la calculadora TI92 al cálculo. *Memoria V Encuentro Centroamericano de Investigadores en Matemáticas*. Liberia, Costa Rica.

[3]De Faria E. (1998) Calculadoras gráficas, geometría y el constructivismo. *Revista Innovaciones Educativas*, año V, No. 9, EUNED, 1998.

[4]De Faria, E (2000) La tecnología como herramienta de apoyo a la generación de conocimiento. *Revista Innovaciones Educativas*, Año VII, Número 12, Editorial EUNED

[5]Moreno, L. (1999) Mediación instrumental y tecnología informática en la educación matemática. *Memorias del VII Simposio Internacional en Educación Matemática Elfriede Wenzelburger.* Grupo Editorial Iberoamérica, México.

[6]Waits B., Demana F. (1996). Soundoff. A computer for All Students-Revisited. *Mathematics Teacher online*, Vol. 89 No. 9.

¿Cómo puedo hacer?

Marco Barrales - mbarrale@dsc.cl

1.**Pregunta:** ¿Cómo puedo calcular una integrar en la **TI - 84 Plus**, **84 Plus** *SILVER EDITION*?

Respuesta: Suponga que se desea integral numéricamente la función $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x - 1$ en el intervalo [1,4], es decir:

$$A = \int_1^4 f(x)dx \ .$$

Guardar $f(x)$ en $Y1$ y obtenga la gráfica utilizando la ventana [0, 4.7] por [-2,8]. Para acceder a la integral [2nd][TRACE] (CALC) opción 7. El resultado de la integral es 9.75.

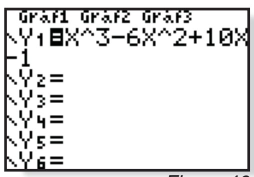


Figura 40

Figura 41

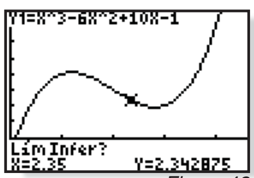


Figura 42

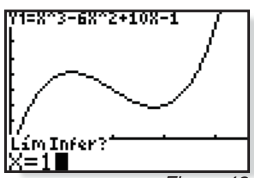


Figura 43

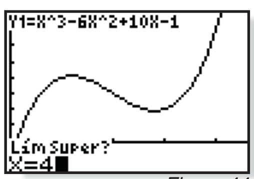


Figura 44

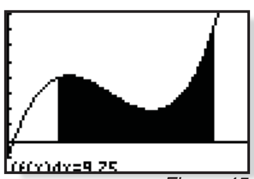


Figura 45

También la podemos calcular sin realizar el gráfico. En [MATH] opción 9:**intgNum**

[intgNum $f(x), x, a, b,$**]**

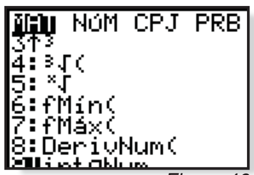


Figura 46

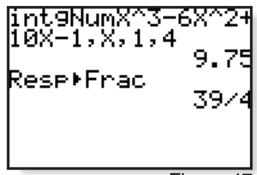


Figura 47

Como puedes ver bastante fácil... ánimo.

2.**Pregunta:** ¿Cómo importar (exportar) un archivo de Cabri de la Voyage™ 200 al programa Cabri II Plus en el computador?

Respuesta: Primero debes conectar la calculadora al computador (Graph Link USB), luego mediante el programa TI Connect, mover el archivo (ejemplo: tarea1) que quieres importar, seleccionando TI **DeviceExplorer** y clic en **Application Variable** lo cual te mostrará todos los archivos que tienes en la calculadora, con el ratón lo mueves y dejas en el escritorio del PC. Ahora abrir Cabri II plus y en ARCHIVO clic en Abrir (Ctrl + O) nombre archivo buscarlo en el escritorio y clic sobre él... luego baja a Tipo: buscar Archivo de Voyage™ 200 *(*.v2a;*v2x)* y clic en abrir. Ya lo tienes.

Ahora si quieres mandar un archivo desde Cabri II Plus a la Voyage™ 200. En ARCHIVO tienes que ir a: **Exportar para la calculadora** y en Tipo busca para la Voyage™ 200. El archivo queda en el escritorio con un icono como un compás y con el Software TI Connect lo pasas a la calculadora... Buena suerte.

Para importar archivos de álgebra de la Voyage™ 200 al Software DERIVE 6 visitar la página web de Bernhard Kutzler: http://b.kutzler.com./main.asp

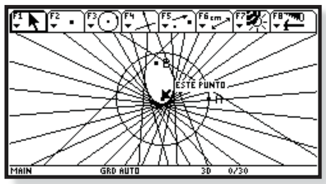


Figura 48

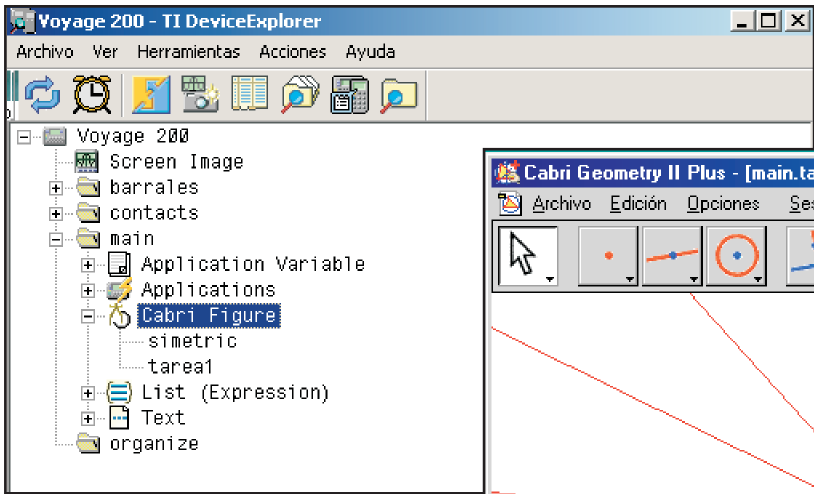


Figura 49

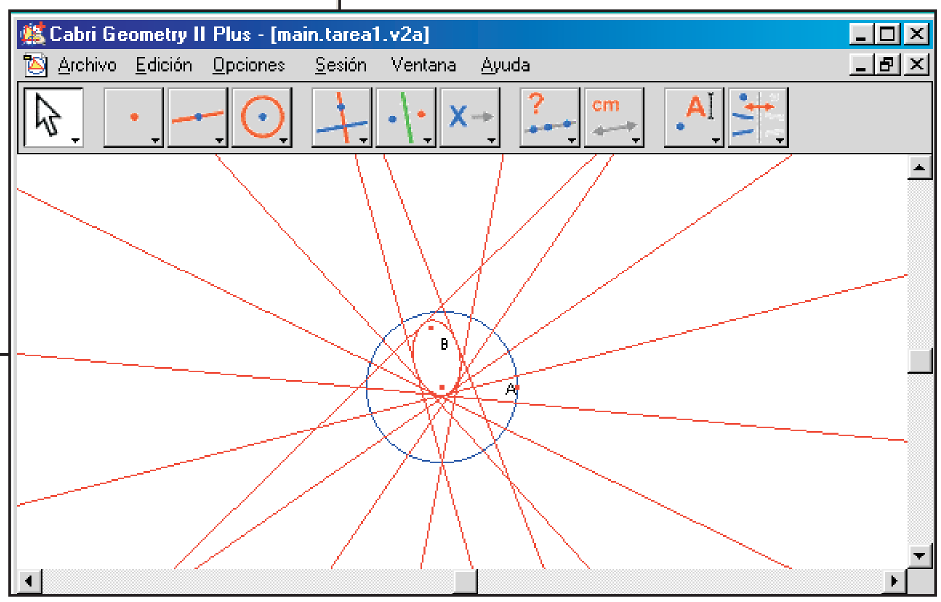


Figura 50

Gráfica de ecuaciones implícitas en coordenadas rectangulares

Ramón Sebastián Salat Figols
rsalat@esfm.ipn.mx

1. Introducción.

En este trabajo se presenta un programa escrito en TI-Basic para graficar curvas definidas en forma implícita en coordenadas rectangulares y se muestran a modo de ejemplo, algunas gráficas de curvas importantes. Esto es, con el propósito de ilustrar la fuerza del lenguaje TI-Basic y de proporcionar un programa que pueda ser útil a los usuarios de la TI Voyage ™ 200.

2. El programa.

```
imp()
Prgm
©Ramon Sebastian Salat Figols.Noviembre 2003
©Se permite copiar y usar sin fines
©comerciales y sin modificar
©No existe ninguna garantia en el uso
©de este programa.
ClrDraw
ClrIO
DelVar f,fu,cad,xce,nra,j,nu
©Introduce las dimensiones de la ventana
Input "xmin",xmin
Input "xmax",xmax
Input "ymin",ymin
Input "ymax",ymax
©Introduce la ecuación
InputStr "formula",fu
Define f(x,y)=expr(fu)
©Barre la pantalla para encontrar y graficar los puntos
For i,1,239,1
i*(xmax-xmin)/239+xmin-(xmax-xmin)/239xce
zeros(f(x,y)|x=xce,y)cad
dim(cad)nra
If nra=0
Goto band
For j,1,nra,1
cad[j]nu
If nu>ymin and nu<ymax
PtOn xc,nu
EndFor
Lbl band
EndFor
```

Gráfica de ecuaciones implícitas en coordenadas rectangulares

Continuación

Pause
DispHome
DelVar f,fu,cad,xce,nra,j,nu
EndPrgm

El principio por el cual funciona el programa es el siguiente: para cada valor de x correspondiente a cada abscisa de la pantalla, encuentra los valores de y para los cuales $f(x,y)=0$ y grafica los puntos (x,y) encontrados. Para determinar para cada x los valores de y que cumplen con $f(x,y)=0$ utiliza la función zeros.

2. Algunos ejemplos de curvas dadas por ecuaciones expresadas en forma implícita.

Con este programa se pueden construir las representaciones gráficas de lugares geométricos que típicamente se estudian en Geometría Analítica.

Por ejemplo para el Astroide: $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=1$, hay que digitar imp( ) en la pantalla principal (home) y posteriormente ingresar los parámetros, para así obtener como resultado la gráfica siguiente:

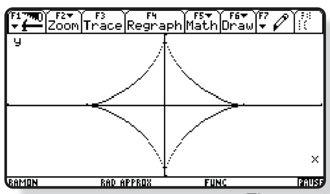


Figura 51

Astroide: $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=1$

De manera similar para la Cardiode $x^2+y^2+x=\sqrt{x^2+y^2}$ se obtiene:

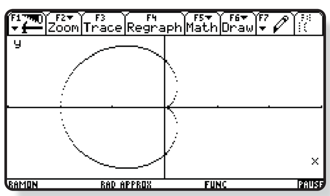


Figura 52

Por ejemplo, el lugar geométrico de todos los puntos cuyo producto de las distancias a (1,0) y (0,1) es igual a 1, da la ecuación:

$$\sqrt{(x-1)^2+y^2}\times\sqrt{(x+1)^2+y^2}-1=0$$

. Elevando al cuadrado y usando el comando *expand* se obtiene la ecuación correspondiente a la gráfica de la lemniscata de Bernoulli. El CAS de la calculadora es especialmente útil en la simplificación de las ecuaciones que se obtienen para un determinado lugar geométrico.

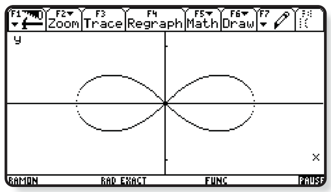


Figura 53

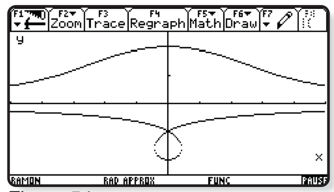


Figura 54

Lemniscata de Bernoulli: $\left(x^2+y^2\right)^2=2(x^2-y^2)$

Concoide de Nicomedes: $x^2y^2=(y+1)^2\left(2^2-y^2\right)$

Algunas de esta curvas se derivan de problemas importantes. Por ejemplo, la concoide de Nicomedes puede obtenerse a partir del problema de la trisección de un ángulo.
Es posible experimentar tratando de construir ecuaciones que representen curvas que queramos dibujar. Por ejemplo, si queremos que una ecuación represente a tres círculos, uno con centro en el origen y radio 2, otro con centro en $(-1,1)$ y de radio 1 y el tercero con centro en $(1,0)$ y radio 1, se propone la ecuación:

$$(x^2+y^2-4)((x-1)^2+y^2-1)((x+1)^2+y^2-1)$$

Cada factor toma el valor cero sobre la circunferencia que cor responda.

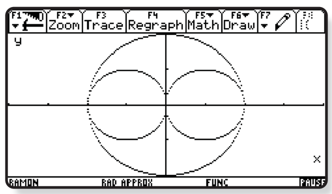


Figura 55

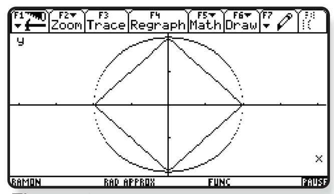


Figura 56

$(x^2+y^2-4)\times((x-1)^2+y^2-1)\times((x+1)^2+y^2-1)$

$(x^2+y^2-4)(|x|+|y|-2)$

Seguramente este programa puede ayudar a que los estudiantes articulen los registros de representación algebraicos y gráficos en el contexto de actividades apropiadamente diseñadas.

3. **Conclusiones.**

La TI Voyage™ 200, al igual que otras calculadoras graficadoras disponen de la posibilidad de la programación para hacerlas más útiles aumentando las opciones de su utilización. Es recomendable que el profesor experimente con este recurso diseñando programas adecuados a las tareas cognitivamente significativas que proponga y que no puedan desarrollarse directamente con los comandos disponibles.

Referencias.

1.Lehman, C. Geometría Analítica. Limusa. Cap XII. 2002.
2.Direcciones electrónicas:
http://www.mathcurve.com/courbes2d/besace/
http://webs.ono.com/usr004/rpe/corbesdef1.htm

Medición cuantitativa de la reflexión de la luz de diferentes colores con respecto al color blanco

Rommel Alvarado Ortega,
roalvarado@itcr.ac.cr
Anabelle Castro Castro
anabellecc@costarricense.cr

Introducción

Física, Matemática, Química históricamente han sido las materias de mayor dificultad para los estudiantes de la educación secundaria y para los que recién ingresan a la universidad; situación que se manifiesta en el rendimiento académico de estos cursos.

Con los estudiantes de Ingeniería en Agronomía de la Sede Regional del Instituto Tecnológico de Costa Rica, se tiene un comportamiento muy similar al mencionado, razón por lo cual algunos profesores nos hemos dado a la tarea de buscar metodologías y actividades que permitan además de la integración de estas disciplinas, contextualizar los conceptos de manera que se logren aprendizajes significativos al ser ubicados en situaciones de interés para los estudiantes.

Es con este propósito que se preparó una práctica para el cuso de Física, que pretende cuantificar la reflexión de la luz de diferentes colores con respecto al color blanco y verificar con ayuda del Colector de datos CBL y la calculadora Voyage™ 200, que el porcentaje de absorción y de reflexión de la luz depende del color de los objetos; para luego analizar la incidencia de la calidad de la luz en el crecimiento de las plantas y en algunos tipos de microorganismos.

Esto, dado que las plantas captan durante el proceso de fotosíntesis cierta longitud de onda electromagnética del espectro de luz visible para el adecuado desarrollo de las mismas, por lo que para su crecimiento es importante la intensidad de la luz y el tipo de longitud de onda electromagnética que la planta recibe. También se analizan mediante esta práctica, otras posibles aplicaciones de esta teoría.

Metodología

El tema se introduce con las siguientes preguntas: ¿Cuál es la diferencia entre una habitación pintada de blanco y una pintada de negro?. ¿ A que se debe esa situación?, estas preguntas las hacemos con el claro propósito de poner en evidencia que el color negro absorbe un alto porcentaje de la intensidad de la luz y refleja muy poca, por otra parte el color blanco tiene un comportamiento opuesto es decir absorbe muy poca intensidad lumínica y refleja el resto.

Posteriormente se organiza la clase en grupos entregando cada uno de ellos la guia del experimento que contiene: Objetivos, breve información teórica, lista de materiales, descripción del procedimiento, instrucciones para realizar el experimento.

Una vez finalizado el experimento se solicita hacer: un análisis de los datos obtenidos, una discusión sobre posibles aplicaciones en el campo agronómico y entregar por escrito un informe.

[Para obtener Guia del Experimento visite: education.ti.com/latinoamerica/guiaexp]

GUIA DEL EXPERIMENTO

1. ***Objetivos***
2. ***Información teórica.***
3. ***Materiales***

Calculadora graficadora Voyage™ 200
Papel satinado de diferentes colores
Sistema CBL
Sensor para luz
1 barra metálica
1 Soporte para base
1 Nuez doble
Cinta adhesiva

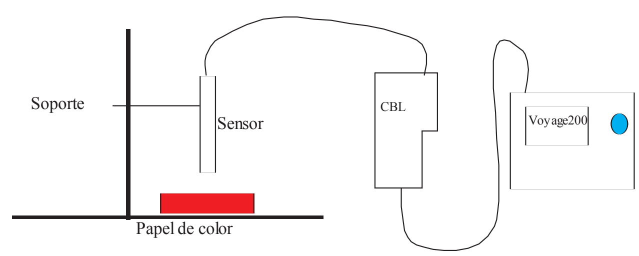
4. Procedimiento

4.1. Disponga el instrumental según Fig. A
4.2. Confeccione doce rectángulos de papel satinado de diferentes colores y asígnele códigos C1, C2, C3, ...C12 de acuerdo a Tabla 1.
4.3. Realice el experimento siguiendo las instrucciones dadas en la guía.
4.4. Con base en los resultados obtenidos en el punto 15 del experimento llene la siguiente tabla:

TABLA 1

Código y Color	Luz Reflejada	PORCENTAJE
C 1 - azul		
C 2 - verde oscuro		
C 3 - celeste		
C 4 - verde claro		
C 5 - amarillo		
C 6 - blanco		
C 7 - negro		
C 8 - palo rosa o salmón		
C 9 - fusia		
C 10 - café		
C 11 - naranja		
C 12 - verde agua		

5. Experimento Fig. A



1. Para ingresar al programa, digite **physci( )** y presione [ENTER]. Aparece la pantalla de presentación;

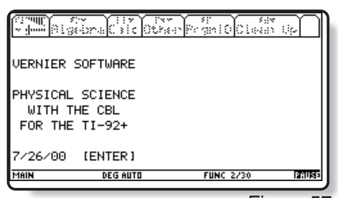


Figura 57

Medición cuantitativa de la reflexión de la luz de diferentes colores con respecto al color blanco

Continuación

2. Presione [ENTER] y entonces se llega al menú principal.

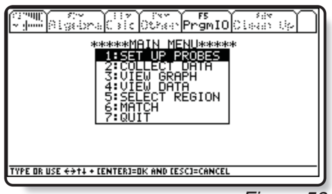


Figura 58

3. Seleccione **1**; aparece el mensaje:

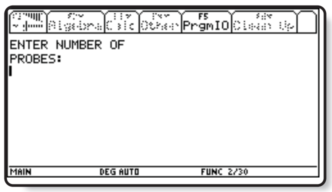


Figura 59

4. Presione **1** y [ENTER].
5. Aparece la siguiente lista de sensores:

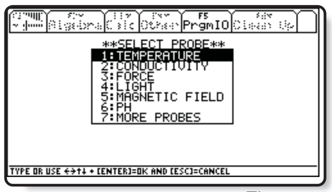


Figura 60

6. Presione **7** y se llega a otra lista:

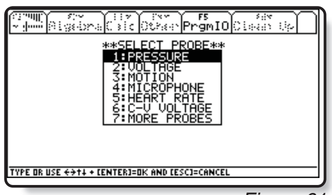


Figura 61

7. Presione 4 para seleccionar el sensor de **LUZ** y se presenta la pantalla:

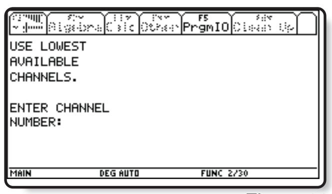


Figura 62

8. Digite **1** y presione [ENTER]. Ahora de nuevo aparece el menú principal. Presione 2 y llegará a:

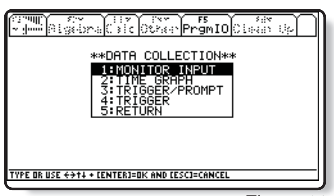


Figura 63

9. Presione **3** para **DISPARADOR MANUAL**. Ya el equipo esta listo para tomar los datos.

10. Establezca un código numérico para cada color del papel; por ejemplo 1 para el color 1, 2 para el color 2 y así sucesivamente.

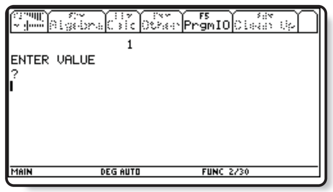


Figura 64

11. Comience colocando bajo el sensor un papel de cualquier color. Espere a que se estabilice la pantalla y luego presione la tecla [+], ahora debe digitar el código correspondiente y presione [ENTER].

12. Una vez obtenidos todos los datos, presione **2** para dejar de tomar datos y ver el gráfico.

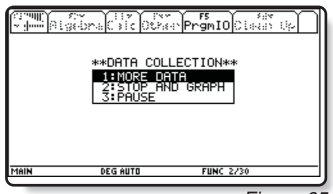


Figura 65

13. Presione [ENTER] y luego **1** si no desea repetir el experimento.

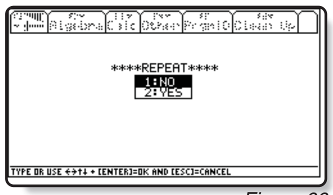


Figura 66

14. Si presionó **1** llega nuevamente al menú principal. Salga del programa, presionando 7.

15. Vaya al escritorio para utilizar la aplicación "Data/Matriz Editor", presionando la tecla APPS.

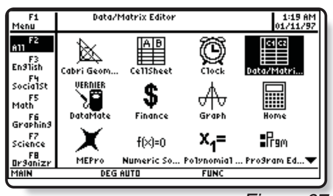


Figura 67

16. En la columna 1 (**C1**) aparece el código numérico y en la columna 2 (**C2**) la intensidad de luz reflejada (en lumen).

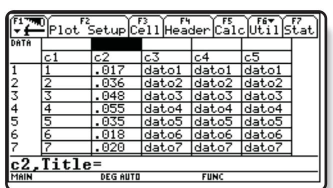


Figura 68

Medición cuantitativa de la reflexión de la luz de diferentes colores con respecto al color blanco

Continuación

17. Para hacer el gráfico, primero elija **F2 (Plot Setup) en Plot 1: F1 (Define)** y escoja : Plot Type : **Scatter**, Mark : **PLUS**, X : **C1**, Y : **C2 [Enter]**

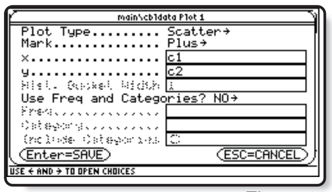


Figura 69

18. Regrese a la tabla y defina **C3** como **(C2/(valor para papel blanco)) *100**. Presione [ENTER]. Así la columna C3 da el porcentaje de reflexión de otros colores, con respecto al color blanco.

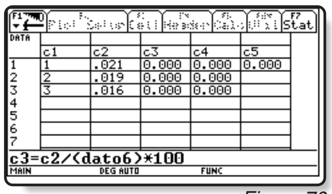


Figura 70

Resultados del Experimento

Los estudiantes lograron:

- Comparar el porcentaje de reflexión de los colores con respecto al color blanco.
- Comprobar que los colores mientras más oscuros, menor es el porcentaje de reflexión de luz.

Conclusiones

La utilización del colector de datos CBL y la calculadora Voyage^{TM} 200 en esta práctica, permitió a los estudiantes la visualización y comprobación de los conceptos teóricos de manera más precisa, ágil y expedita. Esta a su vez contribuyó a que el ambiente de aula fuera más flexible y dinámico y por ende los estudiantes se observaron más atentos e interesados en su aprendizaje.

8. Bibliografía

•Blatt, F. Fundamentos de Física. III Edición. Prentice Hall Hispanoamericana. S. A. México. 1991.

•Estévez, G. ; Estévez, E. Fisica. Problemas Selectos. I Edición. Mc. Graw Hill. México. 1999.

•Orear, J. Física. I Edición. Editorial LIMUSA. 1989. México.

•Serway, R. Física. Tomo II. Cuarta Edición. Mc Graw Hill Interamericana Editores, S.A. México. 1997.

Problema abiertos y uso de la geometría interactiva

Dr: Hernán Burgos V
hburgos@ufro.cl.

INTRODUCCIÓN

Mostramos por medio de este trabajo como a partir de una pregunta o problema abierto se puede inducir a los alumnos a un trabajo colaborativo y exploratorio que le dará un valor agregado al proceso de aprendizaje, haciéndolo más dinámico y participativo, puesto que la solución inicial al problema planteado no es única y en el trabajo grupal se contrastan, comparan y complementan las distintas soluciones que encuentran, las que poco a poco y con la ayuda del profesor comienzan a estructurar un resultado más general y en consecuencia, así a redescubrir resultados de la matemática.

Formulemos en esta idea el siguiente problema:

Dado un punto **P** (foco) y una recta **L** (directriz), dibujar puntos de la parábola que definen **P** y **L**, los que más puedas y Hallar un procedimiento que te permita dibujar todos los puntos
(Sabemos que una parábola es el lugar geométrico de los puntos del plano que están a igual distancia de una recta (directriz) y de un punto fijo (foco))

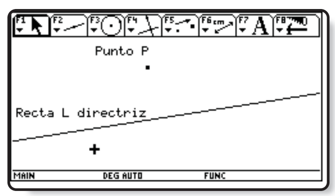


Figura 71

La mayoría de los alumnos encontrará el punto **Q** que esta a la mitad de la perpendicular bajada desde el foco **P** a la directriz **L** Otros con un poco más de trabajo encontrarán que los vértice M y N de los cuadrados construidos sobre la directriz L, con un vértice en P, está a igual distancia del foco **P** y de la directriz **L** (por ser lados de un cuadrado)

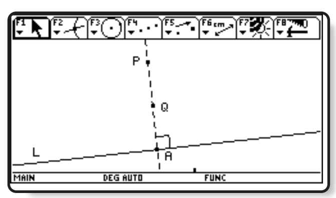


Figura 72

Así ya tenemos tres puntos de la parábola Q, N, M, la pregunta ahora es como construir otros puntos y como hallar un procedimiento, es decir el problema sigue abierto.

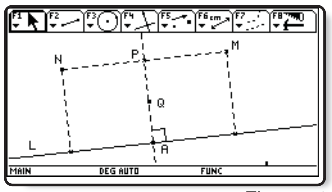


Figura 73

Un buen punto de partida en la búsqueda de los puntos del plano que están a igual distancia del punto foco P y de la recta directriz L es el hecho que la distancia de un punto a una recta es la longitud del segmento perpendicular desde el punto a la recta, es decir, lo que debemos hacer es levantar en un punto cualquiera R de la directriz una perpendicular y luego con "algún método" (dejar que los alumnos experimenten) hallar un punto T en esta recta perpendicular que este a la misma distancia de la directriz y del foco P, es decir d(T, P) = d(T, L)

Si debe ser PT = RT , entonces, hemos descubierto que los puntos P, R, T, son los vértices de un triángulo isósceles, este triángulo cumple con lo siguiente, PR es la base y debe ser PT = RT.

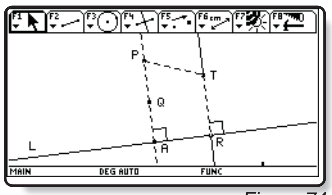


Figura 74

Por otro lado sabemos que en un triángulo isósceles la mediatriz de la base pasa por el tercer vértice, así que si levantamos la perpendicular en el punto medio del segmento PR esta cortará a la perpendicular que pasa por el punto R en el punto T, que será el tercer vértice del triángulo isósceles, y por lo tanto siempre se tendrá PT = RT sin importar donde este el punto R en la directriz L. Por lo tanto el punto T está en la parábola, así hemos construido todos los puntos de la parábola, y basta con mover el punto R sobre L para tener los puntos T de la parábola. (Activar traza del punto T)
Aquí la geometría dinámica de Cabri Geometry en la Voyage^{TM} 200 juega un papel fundamental

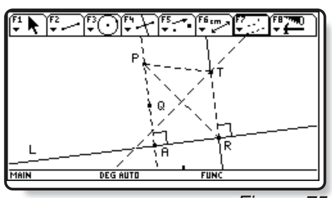


Figura 75

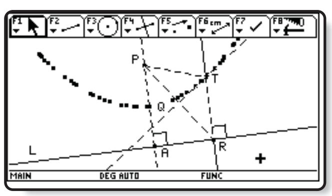


Figura 76

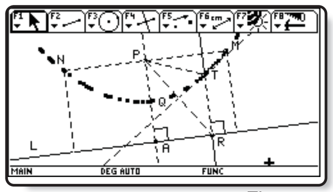


Figura 77

Para determinar la gráfica (curva) de la parábola determinamos el lugar geométrico del punto T con respecto al punto R.

También podemos construir las tangentes a la parábola. (Lugar geométrico de la mediatriz con respecto al punto R)

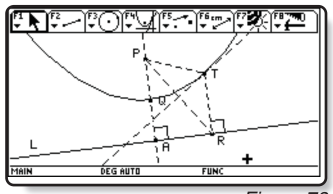


Figura 78

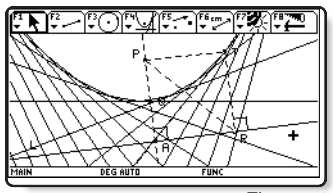


Figura 79

Con lo cual los alumnos han dibujado todos los puntos y comprobado la relación que se cumple en la parábola.

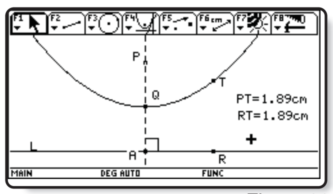


Figura 80

Referencias Bibliográficas

[1] Barrales, M. (2002) . Geometría y Analisis con la TI-92 Plus. Memorias II Encuentro de Matemática. Colegio Alemán de Concepción. Talleres Diario El Sur SA
[2] T^3 España (1998) Cabri-géomètre en la calculadora TI-92. Madrid . Texas Instruments.

Cómo descubrir el día de la semana en que nacimos

Juan Manuel González Alfaro
memegon@peoplepc.com

A la pregunta ¿Cuál es la mejor manera de aprender matemática?, revisemos lo que opinaban tres connotados educadores. El gran psicólogo Jean Piaget escribió que el ser humano esta expuesto a cuatro diferentes niveles de aprendizaje en su vida, pero que no todos tenemos la capacidad cognitiva de llegar al cuarto nivel. En este nivel, los seres humanos tienen que razonar en forma abstracta, y es en este nivel donde se aprenden conceptos matemáticos avanzados como el álgebra y el cálculo.

El académico Dan Kennedy dice que la matemática no es algo que tú aprendas, matemática es algo que tú haces. El famoso investigador y educador Paul Halmos dijo que, nadie puede enseñar nada a nadie, queriendo decir que el aprender algo nuevo es un proceso que va de adentro hacia afuera y no al revés. No es suficiente decir al estudiante "a + b = c" sino que es mejor que el estudiante mismo descubra ya sea por la experiencia o por su heurística que en verdad "a + b = c".

PROBLEMA

¿En qué día de la semana nacimos?
Usemos primero el conocimiento que ya tenemos en nuestro esquema relacionado con la forma periódica en que ocurren los días de la semana. Por ejemplo, si el día de hoy es Martes, entonces siete días atrás también fue Martes y siete días después volverá a ser Martes. Lo anterior indica que podemos representar cualquier día n mediante una fórmula recursiva.

Para saber que día de la semana nacimos, usaremos la fórmula conocida como Congruencia de Séller para investigarlo

$$Z = \left[\frac{13 \cdot m - 1}{5}\right] + \left[\frac{y}{4}\right] + \left[\frac{c}{4}\right] + d + y - 2c$$

Esta fórmula utiliza la función $y=[x]$ conocida como función entera y las variables están definidas como:

m = Mes del año
1 = marzo, 2 = abril, 3 = mayo, etc. Usar 11 y 12 para Enero y Febrero del año anterior.
d = Día del mes
y = Año de nacimiento (dos últimos dígitos)
c = Los dos primeros dígitos del año

Para calcular el día de la semana del 30 de marzo del 2004, las variables quedan determinada de la manera siguiente:
m = 1, d = 30, c = 20, y = 04

El número que resulta, o sea 2, le llamamos el índice z. Este número se divide por 7, y el residuo es el número que define el día de la semana. Como el número 2 es menor que 7, entonces el 2 define el día de la semana usando la siguiente clasificación:

0 = Domingo
1 = Lunes
2 = Martes
3 = Miércoles, etc.

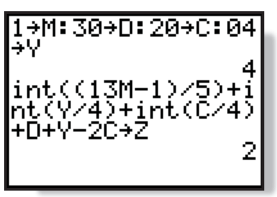


Figura 81

Los valores numéricos de los meses se pueden entender mejor si nos fijamos en las raíces latinas de sus nombres. Ejemplo:
Septiembre (séptimo mes) = 7
Octubre (octavo mes) = 8
Noviembre (noveno mes) = 9
Diciembre (décimo mes) = 10

Al mes de Enero se le asigna el numero 11 y a Febrero se le asigna el numero 12. Se tiene que restar 1 año al año de nacimiento si la fecha cae en enero o en febrero.

Vamos a calcular el día de la semana en que cayó el 14 de Febrero de 1929, mejor conocido por la masacre del día de San Valentín.

Febrero 14, 1929

m = 12, d = 14, c = 19, y = 28*
*(se resta uno por ser el mes de febrero)

El índice z es 46, y al dividirse por 7 queda un residuo de 4. Por lo tanto, el día de la semana fue jueves.

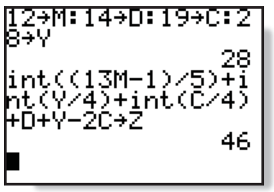


Figura 82

Podemos también definir la fórmula de Séller como una función algebraica para poder ver en una tabla de valores en que día de la semana ha caído mi cumpleaños desde que nací el 11 de Mayo de 1959:

Figura 83

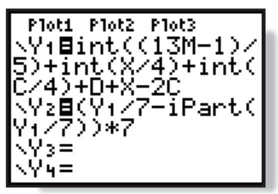


Figura 84

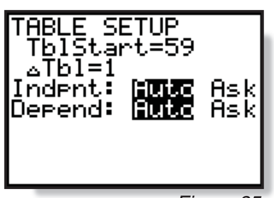


Figura 85

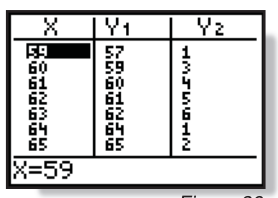


Figura 86

Ahora es fácil ver que en la tabla de valores de la función Y2 el día de la semana esta definido como un numero entero con valor 0 = n = 6; por lo tanto, el 11 de Mayo de 1959 fue lunes y el 11 de Mayo de 1965 fue martes.

Cómo descubrir el día de la semana en que nacimos

Continuación

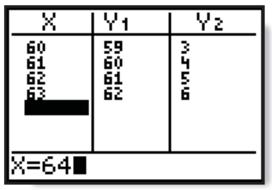


Figura 87

Temas de Discusión:

1)El 11 de Mayo de 1960 el residual fue 3, o sea miércoles, en 1961 el residual fue 4, o sea jueves, en 1962 el residual fue 5, es decir viernes, y en 1963 el residual fue 6 por lo tanto sábado. ¿Cuál debería ser el residual para 1964?

2)¿Cuál fue el primer año en que yo pude celebrar mi cumpleaños (el 11 de mayo) en un día domingo?
3)Si tu maestro de matemática nació el 29 de Febrero de 1944, ¿cuántas veces ha podido celebrar su cumpleaños el mismo día de la semana en que nació?
4)¿Qué patrones puedes observar en las tablas de valores generadas con la calculadora?

5)¿Qué error se pudo haber cometido si obtuviste un índice z de 42,5 en uno de tus cálculos?

6)¿Qué error se pudo haber cometido si obtuviste un residual de 8 en uno de tus cálculos?

7)Desafio: Inventa una nueva fórmula para determinar el día de la semana que naciste

REFERENCIAS

1. http://www.merlyn.demon.co.uk/zeller-c.htm
2. http://www.mste.uiuc.edu/java/java/zeller/

Conozca el editor

El Dr. Edison De Faria Campos es de nacionalidad brasileña, graduado en física en el Instituto de Ciencias Exactas de la Universidad Federal de Minas Gerais, Brasil, maestro en matemática por la Pontificia Universidad Católica do Rio de Janeiro, Brasil. Realizó estudios de maestría en ciencias de la computación en el Instituto Tecnológico de Costa Rica y de doctorado en educación en la Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica.

Trabajó como profesor asistente en el Departamento de Matemática de la Pontifícia Universidad Católica do Rio de Janeiro, Brasil, Agosto de 1974 a febrero de 1976, profesor en el Departamento de Matemática de la Universidad Federal da Paraíba, Brasil, marzo de 1976 a febrero de 1978 y profesor en la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica, desde marzo de 1978.

Actualmente el Dr. De Faria es profesor catedrático de la Universidad de Costa Rica, investigador del Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas, presidente de la Asociación de Matemática Educativa de Costa Rica, miembro de la Comisión de Promoción Académica del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, juez internacional del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, miembro del Tribunal Calificador de la Olimpiada Matemática Costarricense para la Educación Primaria que se realiza cada año en Costa Rica y miembro del Comité Editorial del Festival Internacional de Matemática que se lleva a cabo cada dos años en Costa Rica.

Ha dirigido tesis en matemática y sido lector de tesis en matemática, ingeniería eléctrica, civil y computación. Fue director del Programa de Maestría en Matemática en la Universidad de Costa Rica, ha dirigido varios proyectos de investigación en física, matemática y en innovaciones educativas, ha sido miembro del tribunal calificador de la Olimpiada Iberoamericana de Matemática y de la Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe

Coordinador por la Universidad de Costa Rica del proyecto de investigación "Implementación de Laboratorios con calculadoras TI-92 y Colectores de Datos CBL, Texas Instruments", desarrollado por las cuatro universidades estatales de Costa Rica y los Colegios Científicos Costarricenses. Este proyecto, iniciado en enero de 1998, recibió el apoyo de los programas educativos de Texas Instruments y tiene como objetivos: analizar el impacto del uso de las calculadoras graficadoras en las construcciones conceptuales más relevantes de la matemática; enfatizar la resolución de problemas matemáticos; propiciar conecciones entre la matemática, física, química y biología y construir modelos matemáticos.

Actualmente utiliza la TI-92 Plus y la Voyage™ 200 para programar algoritmos numéricos para el curso de análisis numérico y desarrollar materiales educativos de geometría para profesores de enseñanza media.

Cómo suscribirse para recibir ésta revista

www…

Visite el sitio
education.ti.com/latinoamerica/revista
y llene la forma de suscripción. Tiene la opción de recibir la revista vía e-mail o por correo postal.

Innovaciones Educativas está disponible de forma electrónica en el sitio de Texas Instruments. Baje la última versión desde: education.ti.com/latinoamerica/revista

@…

o Envíe la siguiente información vía e-mail a
ti-cares@ti.com

- Nombre Completo:
- Título / Cargo:
- Nombre de su escuela:
- Dirección física completa:
- E-mail

Internet y Eventos Educacionales

TI EN INTERNET

Estimados lectores les invitamos a visitar la Web de TI para Latinoamérica en ella podrán encontrar nuevas secciones, ideas para el profesor, servicio de apoyo, nuevas aplicaciones (APPS) y muchos recursos para sus clases. También pueden leer los casos de éxito y si necesitas ayuda con su tarea de física, álgebra, cálculo, ingeniería electrónica o simplemente una pregunta en general, participa del grupo de discusión para los usuarios de TECNOLOGÍA EDUCATIVA DE TEXAS INSTRUMENTS.

http://education.ti.com/latinoamerica/index.html

Otras direcciones…

1) http://www.calcgames.org/

2) http://www.esc4.net/math/Calculator/intro.htm

3) http://www.bdg2.dsl.pipex.com/V200HW.html

4) http://www.calc.org/

5) http://www.vcalc.net/index.html

6) http://tigcc.ticalc.org/

7) http://www.cabri.net/cabriole/

8) http://www.mowmowmow.com/math/cabri/index_e.htm

9) http://membres.lycos.fr/pelo68/

10) http://b.kutzler.com./main.asp

EVENTOS PARA EL 2005

1) VI CONGRESO NACIONAL DE MATEMÁTICA EDUCATIVA
Ciudad de David, Provincia de Chiriquí. PANAMA
ORGANIZA: Universidad Autónoma de Chiriquí.
FECHA: 31 de enero al 4 de febrero de 2005
INFORMACIÓN: http://www.unachi.ac.pa/conamep6/index.html

2) II Jornada de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas y la Física
Ciudad de Tlaquepaque, Jalisco, México
ORGANIZA: Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Occidente.
FECHA: 9 al 11 de marzo del 2005
INFORMACIÓN: Jornada: jornadamaf@iteso.mx

3) T3 International Conference. March 18-20, 2005. Washington, DC
http://education.ti.com/us/training/conferences/international/2005/overview.html

4) VII SIMPOSIO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA.
Chivicoy ARGENTINA
ORGANIZA: Universidad Nacional de Lujan.
FECHA: 3 al 6 de MAYO de 2005
INFORMACIÓN: www.edumat.com.ar

5) RELME 19.
19 REUNIÓN LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA
Montevideo URUGUAY
FECHA: 11 al 16 de JULIO de 2005
INFORMACIÓN: relme19@adinet.com.uy

Texas Instruments

innovaciones educativas