Texas Instruments

innovaciones educativas

4a. Edición – 2003

En ésta edición

La fuente de la plaza de América

José Antonio Mora
T3 España

En la plaza de América de la ciudad de Alicante (España) encontramos una fuente con alto contenido matemático. No es algo extraordinario ya que, como en muchas otras fuentes de cualquier ciudad, se lanza un chorro de agua a presión desde un estanque para que describa una curva y vuelva a caer a la superficie del agua. La imagen y el sonido del agua en movimiento es algo que los árabes conocían muy bien y nos dejaron el sistema de riego de la huerta valenciana y, con fines ornamentales, en el sistema de fuentes del Generalife, junto a la Alhambra de Granada.

Desde hace unos pocos años disponemos de nuevas herramientas que nos permiten trabajar con datos reales: ordenadores, cámaras digitales o escáneres y calculadoras gráficas que podemos utilizar para sacar las matemáticas escolares a la calle o introducir las matemáticas que hay en la vida cotidiana en el aula de matemáticas. Es una cuestión de matices.

En uno de los paseos del profesor de matemáticas buscaba una fuente en la que se pudiera aislar la trayectoria del agua en una instantánea fotográfica para poder tomar medidas de la trayectoria que describe. El fondo oscuro que proporcionan la vegetación y los edificios junto al color blanco del agua proporcionan el suficiente contraste para obtener una fotografía que se podrá analizar más tarde.

Se ha cuidado el que la fotografía esté tomada en un plano perpendicular a la trayectoria y se ha medido la distancia entre el punto de salida del agua y el lugar donde cae y ha resultado ser de 1,80 metros. Este es un dato importante para el estudio posterior.

Continúa en la página 3

Editorial

¡Bienvenido(a) a la cuarta edición de Innovaciones Educativas! Con este número nos iniciamos como Comité Editorial y estamos muy contentos de colaborar en la edición de una revista que pretende ser un aporte en el uso de la tecnología en el proceso de enseñanza y aprendizaje, además de ser un vehículo de comunicación con el profesorado.

Esperamos que los artículos que aquí se presentan sirvan de estímulo y le hagan más fácil y expédito el camino a integrar el uso de la tecnología dentro y fuera del salón de clases. En cada edición, le mostraremos el perfil de uno de nuestros editores bajo la sección Conozca el Editor. Además, en la página 16 encontrará diferentes sitios de la red donde usted puede recoger ideas, material didáctico, y comunicarse con otros educadores mas familiarizados con el uso de la tecnología en el salón de clases.

Con el objeto de estimular a que usted se anime a escribir un artículo / actividad para nuestra revista, obsequiarémos una Calculadora Graficadora de última generación a quien se le publique su artículo.*

Le deseamos suerte y éxito en este año académico.

Comité Editorial

"Largo es el camino de la enseñanza por medio de teorías;
Breve y eficaz por medio de ejemplos."
Séneca

NOTA: Si tiene una actividad / artículo que quiera compartir y publicar en ésta revista, contacte a uno de los editores.

¡Una calculadora GRATIS!

Ayude a otros profesores a perder el miedo a la tecnología. Envíe un artículo a nuestros editores. Si el mismo es aprobado y publicado en esta revista, recibirá una calculadora de su elección ¡gratis!

Perfil de los artículos

- Artículos que despierten la curiosidad por la tecnología y motiven al profesor a comenzar a utilizarla en sus clases
- Artículos que contienen una novedad de cómo resolver un problema que logra que otros educadores perciban las ventajas de resolver problemas con la calculadora
- Artículos con actividades que:
  - Usted exitosamente ha incorporado el uso de calculadoras en sus lecciones diarias y que sean cortas y fáciles de leer con pantallitas o gráficas
  - Incluyen pasos a seguir claramente detallados y explica fácilmente los conceptos a demostrar a sus estudiantes
  - Contienen formas en las que usted ha logrado exitosamente ligar las matemáticas a otras asignaturas utilizando tecnología.

Instrucciones Importantes:
Favor de enviar su artículo / actividad a uno de los editores en un archivo de Word, fuente Arial de 12 puntos, máximo de 3 páginas y enviar las pantallitas (formato tif, 300 dpi mínimo) y gráficos en archivos separados.

* Solamente artículos / actividades prácticas que abordan el uso de calculadoras Texas Instruments para uso inmediato en las clases cotidianas. Tesis o reportes de investigación con tecnología de Texas Instruments son bienvenidos para publicarse en Internet pero no para la revista.

La fuente de la plaza de América

Con un programa de tratamiento de texto que permita un cierto retoque de imágenes, se puede cuadricular la fotografía para obtener las coordenadas de los puntos que conforman la trayectoria del agua, son los que aparecen a la derecha:

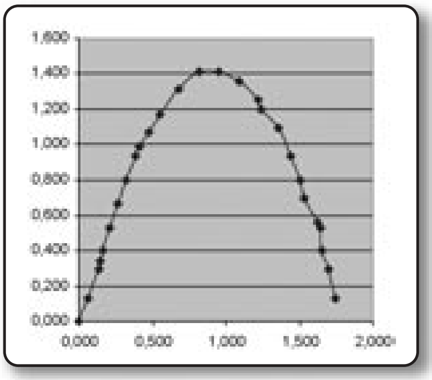
Confeccionamos las dos primeras listas L_1 y L_2 con los datos que obtenemos al observar los puntos en los que la parábola atraviesa la cuadrícula según la medida de la regla que va incluida el programa informático. Si quisiéramos tomar estas medidas en la realidad habría que mojarse demasiado lo que, en una ciudad mediterránea como Alicante, no es un grave problema. Las dificultades vendrían de la consideración de los alumnos hacia el profesor que se mete en el estanque, y eso sin hablar de las autoridades educativas y municipales.

L1	L2	L3	L4
2,5	7,9	0,000	0,000
2,8	7,3	0,064	0,127
3,15	6,5	0,138	0,296
3,2	6,3	0,148	0,339
3,3	6	0,169	0,402
3,5	5,4	0,212	0,529
3,75	4,75	0,265	0,667
4	4,15	0,318	0,794
4,3	3,5	0,381	0,932
4,45	3,25	0,413	0,985
4,75	2,85	0,476	1,069
5,1	2,4	0,551	1,165
5,7	1,7	0,678	1,313
6,35	1,25	0,815	1,408
7	1,25	0,953	1,408
7,65	1,5	1,091	1,355
8,25	2	1,218	1,249
8,35	2,25	1,239	1,196
8,9	2,75	1,355	1,091
9,3	3,5	1,440	0,932
9,6	4,15	1,504	0,794
9,75	4,6	1,535	0,699
10,15	5,25	1,620	0,561
10,25	5,4	1,641	0,529
10,3	6	1,652	0,402
10,5	6,5	1,694	0,296
10,75	7,3	1,747	0,127

Las fórmulas a utilizar transforman las listas de forma que el problema quede lo más simplificado que podamos. Para eso el punto (2.5 , 7.9) ha de convertirse en el origen de coordenadas (0 , 0). Además los 8,5 cm de distancia (medidos sobre la fotografía), desde el punto en que está instalado el surtidor y el punto en el que el chorro vuelve a contactar con la superficie del agua, ha de convertirse en 1.80 metros en la realidad. Definimos dos listas L_3 y L_4 de la siguiente forma:

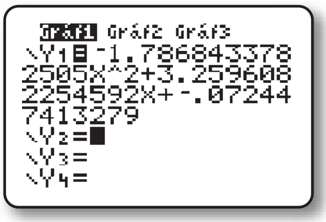
$$L_3 = (L_1 - 2{,}5)\,\frac{1.8}{8.5}$$

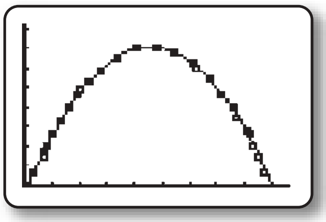
$$L_4 = (7.9 - L_2)\,\frac{1.8}{8.5}$$



La gráfica se ha realizado con una hoja de cálculo. En ella podemos ver que los puntos de la caída del chorro tienen menos precisión que los de la ascensión del agua.

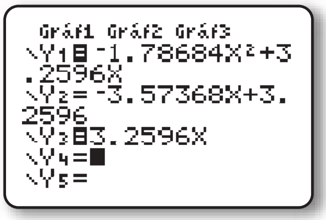
Ahora es cuando vamos a echar mano de la calculadora gráfica para buscar la función que más se aproxima a los puntos obtenidos. Se observa con claridad la forma de la parábola con lo que la regresión cuadrática nos proporcionará un buen ajuste con una función de segundo grado. Realizamos los cálculos con la TI-83 plus y obtenemos:

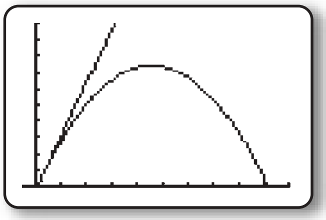




Podemos aportar nuevos elementos de análisis de la solución obtenida ya que ha de pasar por el origen de coordenadas, esto hace que quitemos el término independiente de la parábola y nos quedamos con la función, parábola que tiene el coeficiente de segundo grado negativo ya que las ramas van hacia abajo.

Su derivada es y' = -3.57368x+3.2596 (también podríamos haber utilizado la derivada numérica de la calculadora gráfica). Cuando x = 0 la derivada y' = 3.2596 y con ello tenemos que el ángulo con el que se ha colocado el grifo es arctg 3.2596 = 72.94°. En la gráfica tenemos la función y la tangente a la curva en el (0,0)





El cálculo de la altura alcanzada por el agua se puede enfocar de varias formas: el máximo de la parábola con el menú CALC, el valor de y cuando x toma el valor central entre los puntos de corte, estudiar dónde se anula la función derivada, etc. Obtendremos así un valor aproximado de 1,50 metros de altura.

Más tarde podemos tomar una vía de trabajo complementaria con las ecuaciones paramétricas del tiro oblicuo con el fin de obtener el tiempo que una partícula de agua está en el aire y la velocidad inicial con la que sale el agua del surtidor:

$$\begin{matrix} x = v_{0x}t \\ y = -5t^2 + v_{0y}t \end{matrix} \quad \text{donde} \quad \begin{matrix} v_{0x} = v_0\cos 72.94° \\ v_{0y} = v_0\,\text{sen}\ 72.94° \end{matrix} \quad \text{y así} \quad \begin{matrix} x = 0.2934v_0t \\ y = -5t^2 + 0.956v_0t \end{matrix} \quad (*)$$

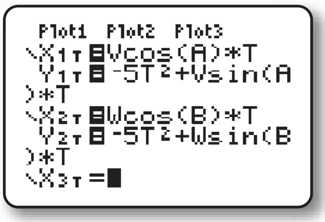
Para realizar los cálculos del tiempo y la velocidad inicial basta con tener en cuenta que la curva pasa por el punto (1.80 , 0).

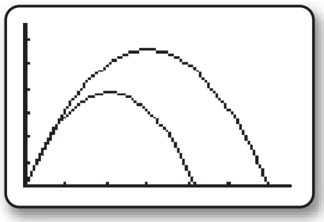
La fuente de la plaza de América

Continuación

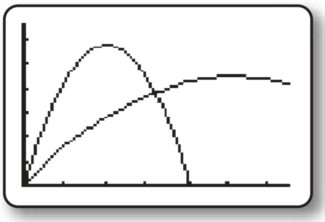
Sustituimos x = 1.80 e y = 0 en (*) para llegar a un sistema de dos ecuaciones, una lineal y otra cuadrática, de las que obtenemos t = 1.083 con lo que sabemos que una partícula de agua que sale, tardará poco más de un segundo en caer. Además, es decir, que el agua sale del chorro con una velocidad inicial de 5.664 metros por segundo.

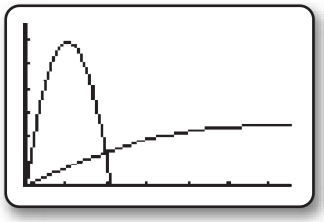
Llegados a este punto, podemos dedicarnos a investigar sobre las fuentes de la ciudad, estudiar las inclinaciones de los grifos y la velocidad inicial para producir nuevas parábolas. Introducimos las ecuaciones paramétricas de dos chorros distintos y podemos probar con diferentes valores para el ángulo y la velocidad inicial. Las gráficas de la derecha se han tomado para la misma inclinación, 75°, y con velocidades iniciales de 5 y 6 m/s.





Podemos probar ahora para varios chorros lanzados con una velocidad de 6 m/s, a la izquierda con ángulos de 60° y 80° y a la derecha con ángulos de 85° y 40°





Y ahora intentar construir una fuente con las características descritas anteriormente.

La demostración en geometría motivada y apoyada por el uso de Cabri Geometry™

Dr. Hernán Burgos V
Universidad de la Frontera, Temuco, Chile, hburgos@ufro.cl

Introducción

Es frecuente escuchar a los estudiantes de enseñanza Media y también Universitaria, decir que la matemática es difícil, abstracta y que no le ven utilidad en su práctica cotidiana. A decir de ellos que no sirve para nada, que tienen que memorizar un cúmulo de fórmulas y teoremas que no los entienden, no saben como demostrarlos, ni menos conocen sus aplicaciones.

En este artículo pretendo mostrar a los profesores que es posible encantar a los estudiantes y motivarlos al estudio de la matemática.

Una rápida revisión de los textos con los cuales enseñamos, y de la forma tradicional con que la mayoría de los profesores enfrenta el proceso de enseñanza aprendizaje nos lleva a concluir que tenemos mucha culpa nosotros mismos de que nuestros estudiantes tengan la opinión que tienen.
La invitación a través de este trabajo es cambiar esa idea que se tiene de la matemática haciéndola más cercana y necesaria, dándole contexto, involucrando al estudiante en forma más activa en la construcción de su propio conocimiento, reencantándolo, primero jugando, segundo conjeturando, tercero confirmando su conjetura, para finalmente demostrar y obtener así un aprendizaje de calidad. ¿La pregunta es como lo logramos?

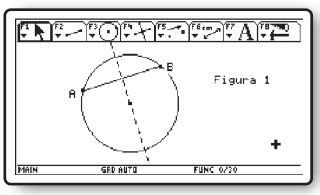
Los tiempos modernos nos regalan una gran cantidad de recursos por medio de los cuales podemos y debemos hacer más eficiente nuestro trabajo, estoy hablando de los computadores personales, de las calculadoras gráficas, de la red, y de la gran cantidad de Software que hoy tenemos a nuestra disposición, sólo tenemos que adaptarnos a los tiempos modernos.

Quiero aquí por medio de éstas notas mostrar algunas estrategias para abordar demostraciones de teoremas de la geometría que son difíciles de realizar pero usando "Cabri geometry" como un elemento de exploración dinámica permite comprender, conjeturar y luego demostrar.

Teorema A: Las tres Mediatrices (en Chile Simetrales) de los lados de un triángulo se cortan en un punto común.

Propongo la siguiente estrategia de demostración usando Cabri.

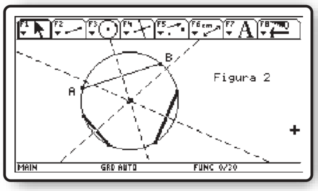
1. Hacemos una circunferencia y trazamos una cuerda AB cualquiera en ella, luego trazamos la mediatriz de la cuerda, como se muestra en la figura1.



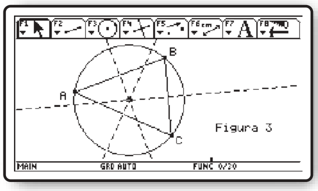
Es fácil darse cuenta que la mediatriz pasa por el centro de la circunferencia, lo que el estudiante ve muy claro cuando mueve el punto B a través de la circunferencia y de todas maneras la mediatriz pasa por el centro.

Una actividad importante para los estudiantes puede ser que demuestren esta afirmación (completando con los puntos A, B y el centro de la circunferencia un triángulo isósceles).

2. Ahora hacemos tres cuerdas con sus respectivas mediatrices, las que pasarán por el centro, como muestra la figura 2.



3. Ahora que el estudiante sé dió cuenta y comprendió que no importa la posición de las cuerdas, sus mediatrices siempre pasarán por el centro de la circunferencia, basta tomar tres cuerdas muy especiales, tres cuerdas pero que tengan extremos comunes es decir que formen un triángulo, como se muestra en la figura 3.



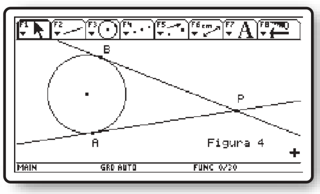
Así en conjunto con nuestros estudiantes, hemos demostrado la validez del teorema. Ellos participaron en la construcción de su conocimiento.

4. Ahora el desafío es demostrar el teorema usando las estrategias y metodología de la geometría, pero sin duda que lo lograrán pues ya se dieron cuenta de la validez del resultado.

Teorema B: Las bisectrices de los ángulos de un triángulo son concurrentes.

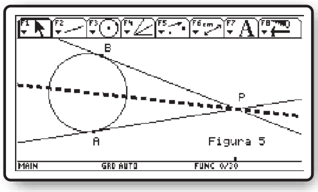
Propongo la siguiente estrategia de demostración usando Cabri.

1. Hacemos una circunferencia y desde un punto P, fuera de la circunferencia trazamos dos tangentes a ella en los puntos A y B de tal forma de tener el ángulo BPA, como se muestra en la figura 4.



Tarea extra de motivación: Por un punto exterior a una circunferencia trazar las tangentes a ella. Explicar la construcción geométrica.

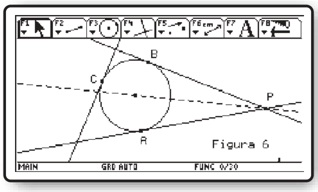
2. Trazamos la bisectriz del ángulo BPA, como se muestra en la figura 5.



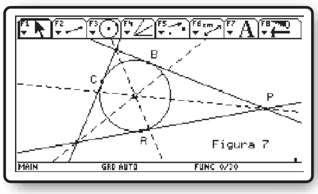
Vemos que la bisectriz pasa por el centro de la circunferencia, cuestión que no pasará desapercibida para los estudiantes, ahora si cambiamos de posición el punto P, cambiara el ángulo pero la bisectriz seguirá pasando por el centro de l a circunferencia.

Se pide a los estudiantes que demuestren formalmente este hecho que acaban de descubrir.

3. Ahora que el estudiante tiene claro que las bisectrices de los ángulos de lados tangentes a circunferencias pasan por su centro, bastara trazar una tercera recta tangente en un punto C cualquiera, de tal forma que forme con las otras dos rectas tangentes un triángulo, como se ve a continuación en la figura 6.



4. Ahora es claro para todos que si trazamos las bisectrices de los otros dos ángulos, éstas pasaran por el centro de la circunferencia, como se muestra en la siguiente figura 7.



Así en conjunto con nuestros estudiantes, hemos demostrado la validez del teorema. Ellos participaron en la construcción de su conocimiento.

5. Ahora el desafío es demostrar el teorema usando las estrategias y metodología de la geometría, pero sin duda que lo lograrán pues ya se dieron cuenta de la validez del resultado.

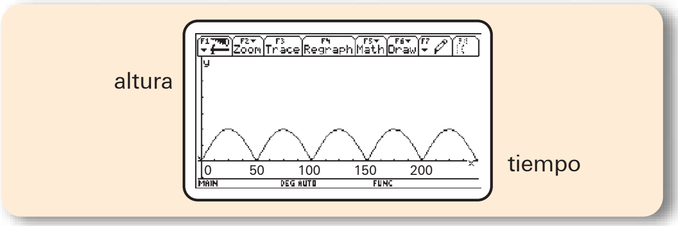
6. También resulta del proceso realizado, como un resultado adicional que el punto de intersección de las tres bisectrices equidista de los lados del triángulo.

Construcción geométrica de la función Seno y = sin(x)

Marco Barrales Venegas
Profesor de Matemática Colegio Alemán de Concepción, Chile
E-mail: mbarrale@dsc.cl

Introducción

En la naturaleza hay muchísimos fenómenos que se repiten periódicamente. Por ejemplo, si consideramos el movimiento de una rueda de la fortuna en un parque de diversiones, la altura (con relación al suelo) de una persona que va montada varía a lo largo de una vuelta, pero en la siguiente vuelta vuelve a tener exactamente las mismas posiciones que en la anterior y así sucesivamente. Si consideramos que la rueda da una vuelta completa cada 50 segundos, la gráfica aproximada de la situación descrita es la siguiente:



Las funciones que tienen este comportamiento se llaman periódicas.
Una función f(x) es periódica si existe un número real *T*, llamado período, tal que $f(x + T) = f(x)$ para todo x perteneciente al dominio de definición.

En el ejemplo anterior el período representa el tiempo que se tarda en volver a la misma posición y con la misma velocidad.

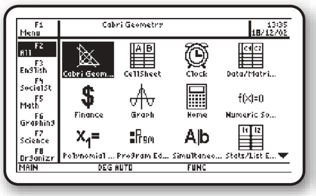
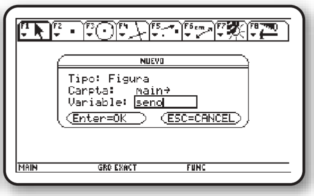
Otros ejemplos de funciones periódicas son: El movimiento de un émbolo en un motor de explosión es un movimiento periódico. La actividad eléctrica del cerebro se puede medir y da lugar a un encefalograma cuya gráfica es aproximadamente periódica. Las funciones periódicas más importantes son las circulares seno, coseno y tangente, ya que muchos fenómenos naturales son periódicos y vienen expresados matemáticamente por ellas.

PROBLEMA

Construir geométricamente la gráfica de la función trigonométrica seno, utilizando Cabri Geometry en la Voyage 200.

Pasos:

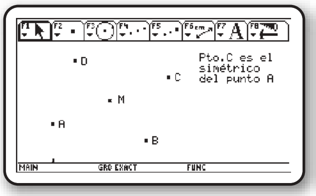
1. En la pantalla seleccionar Cabri Geometry, un nuevo archivo (Nuevo) y asignar un nombre al archivo (ej. seno).

2. Nos será de mucha ayuda en el desarrollo de este ejercicio la construcción de una MACRO. Con ella podemos determinar el cuarto vértice de un paralelogramo dados tres vértices.

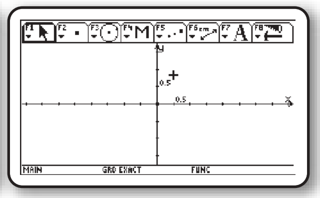
   Pasos de la MACRO 4 Vértice
   - Dibujar tres puntos A, B y D. Determinar el punto medio de B y D (F4 3:Punto medio). Obtener el simétrico del punto A con respecto al punto medio (F5 5:Simetría).

   - Definimos la MACRO en F4 6: Macro Construcción 2: Obj iniciales, hacer clic en los objetos iniciales que son los puntos B, A y D. Para el objeto final F4 6: Macro Construcción 3: Obj finales, clic en el punto C. Para definir la MACRO F4 6: Macro Construcción 4: Definir macro ENTER Nombre: 4vertice, en Nombre Obj puedes repetir el nombre o simplemente ENTER y ENTER.




   - Para utilizar la Macro dibuja tres nuevos puntos en F4 6: Macro Construcción 1: Ejecutar macro ENTER y muestra las Macros y hacer clic en la que necesitamos (4 vertice). Marcar los puntos y observar el resultado. Es una Macro simple, pero nos ayudará en la construcción de funciones utilizando Cabri.

3. Ahora en una hoja nueva comenzaremos la construcción de la gráfica de la función seno. Colocar los ejes cartesianos F8 9:Formato... ENTER Ejes de coord....2: RECTANGULAR

Construcción geométrica de la función Seno y = sin(x)

Continuación

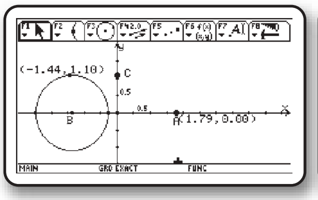
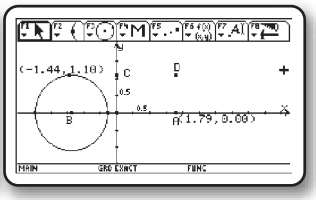
4. Determinar un punto A sobre el eje *X* y calcular sus coordenadas (F6 5:Ecuación y coordenadas).

5. Dibujar una circunferencia con centro un punto B y radio cualquiera sobre el eje *X*.

6. Transferir el valor de la abscisa del punto A sobre la circunferencia (F4 9:Transferir medidas) y determinar las coordenadas del punto que se originó sobre la circunferencia

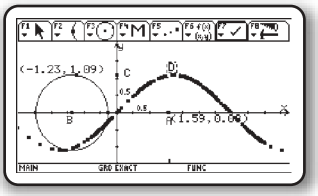
7. Transferir el valor de la ordenada de este nuevo punto al eje *Y* determinando el punto C.

8. Utilizaremos la Macro (4vertice) para determinar el punto que corresponde al cuarto vértice del paralelogramo que se formará con los puntos A, C y el centro del sistema cartesiano (D).

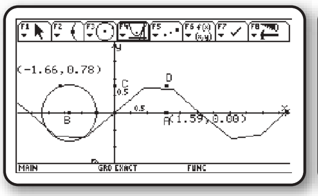
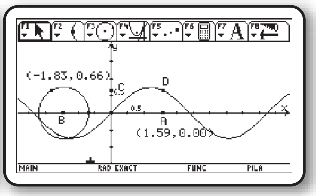



9. Invitar a los alumnos a mover el punto A en eje *X* y que observen que sucede con los otros puntos.

10. Para dejar la huella del recorrido activar la traza (F7 2: Trazado On/Off) para el punto D y animar el punto A. ¿Qué gráfica resulta?, ¿les es más familiar?

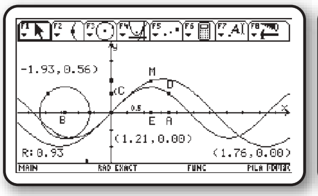
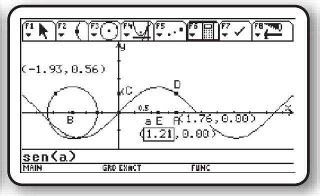
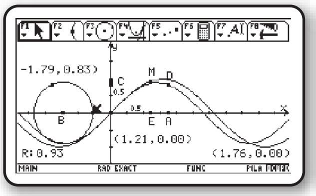
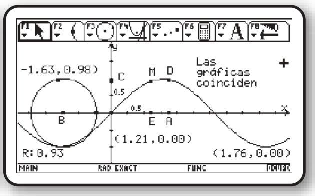


11. Para determinar el Lugar Geométrico del punto D con respecto al punto A sobre el eje *X* hacer clic en F4. Luego ir a A: Lugar geométrico. Para "suavizar" la gráfica hacer clic en el lugar geométrico y presionar la tecla +.

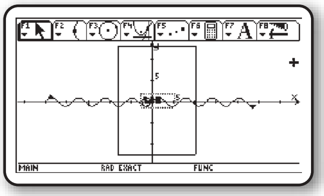



12. Al observar la gráfica resultante se parece bastante a la gráfica de la función y = f(x) = sen(x), pero ¿será efectivamente la gráfica de la función seno? Para comprobar nuestra conclusión determinamos un nuevo punto E sobre el eje *X* y calculamos sus coordenadas E(1.21 , 0.00). Con la calculadora (F6 6:Calcular) determinamos el valor de sin(1.21) y luego lo transferimos al eje *Y*. Utilizar la Macro (4vertice) para obtener punto M. Para la gráfica pedir el lugar geométrico de M con respecto al punto E y compara ambas gráficas modificando el radio de la circunferencia. ¿Para qué valor del radio ambas gráficas coinciden? Sacar conclusiones.

    Nota: Puedes utilizar este procedimiento para construir la gráfica de otras funciones.

13. Puedes ver toda la página para tener una idea más global de la situación F8 A: Mostrar pág.



Referencia

MICHEL CARRAL, IUFM Toulouse, Francia. Conferencia Taller "Aprendiendo Matemática y Nuevas Tecnologías". Julio 2001, Santiago de Chile.

J.R. VIZMANOS – M. ANZOLA. Matemáticas Algoritmo 2. Ediciones S/M. Madrid, España. 1991.

Todo lo que sube baja

Gerson Restrepo
Departamento de Física - Universidad del Este - Puerto Rico

Introducción

Los objetivos de esta actividad es que los estudiantes encuentren la relación entre la posición y el tiempo de un objeto que se mueve verticalmente y que deriven las gráficas de velocidad y aceleración a partir de la gráfica de posición vs. tiempo. El tiro vertical de una bola es un ejemplo práctico de movimientos con velocidades no constantes. Si se quiere caracterizar el movimiento de la bola en términos cinemáticos, basta con medir sus posiciones y tiempos sucesivos; luego se construye la gráfica de posición (x) versus tiempo (t). Al calcular las razones entre los cambios de posición y sus respectivos cambios en tiempo (pendientes), se obtendrán las velocidades (v) del móvil. Con estos datos o de la gráfica de v vs.t, se puede repetir el cálculo de pendientes con lo cual se obtendrán las aceleraciones (a) del movimiento. Este experimento se puede realizar sosteniendo una bola de un hilo; se coloca un detector de movimiento debajo de la bola y se da un tirón vertical al hilo, con lo cual la bola sube y baja; el sistema CBL y un sensor de movimiento proporcionarán los datos. Se debe animar a los estudiantes a que diseñen la toma de datos.

Materiales: Sistema TI-83 o TI-83 Plus/CBL con programa PHYSICS, Sensor de movimiento, Bola un poco mas grande que el tamaño de un puño normal, Hilo (1m)

Nota: Esta actividad esta diseñada para que los estudiantes hagan la actividad pero puede modificar la misma para que se ajuste a cualquier otra situación de enseñanza.

Procedimiento:

Antes de empezar:

- Obtenga predicciones de los estudiantes sobre los resultados del experimento antes y después para que compare el aumento en entendimiento conceptual. Anime a los grupos a que diseñen la toma de datos. Prepare una guía para los estudiantes.
- **Sugerencias en el diseño de toma de datos:** Escoger el mejor de los diseños propuestos por los estudiantes. Los grupos pueden obtener sus propios datos; escoger los mejores datos (gráficas suaves y más reales, sin datos anómalos) y transmitirlos hacia el resto de las calculadoras; de esta manera todos tendrán una misma referencia para trabajar. Se debe soltar la bola tan pronto se vea la señal luminosa del sensor. Es conveniente usar una bola más grande que un puño, lo cual simplifica el experimento.
- **Sensor y conexión:** No mide distancias menores de 0.5 m ni mayores de 6 m; presione firmemente todos los conectores del sistema CBL/TI-83.
- **Fijar modo:** Antes de empezar, fijar los parámetros en las calculadoras (número de decimales, ejes, listas a mostrar, etc) para que sean iguales en todas ellas.
- **Configuración sugerida:** Tomar 40 datos cada 0.03 s.

Discusión y análisis de datos:

Nota: La calculadora almacena las posiciones en la lista L4 y los tiempos en L1 si se usa el programa Physics y en L2 y L1 si se usa CBL/CBR del menú de aplicaciones (para la TI-83 Plus), el programa DataMate del CBL2. En la sección de conclusiones se presentan gráficas de un experimento típico.

Analizando la gráfica de posición vs tiempo

Dirija la discusión mediante preguntas que guíen hacia la construcción del concepto de velocidad y aceleración; empiece interpretando las características del movimiento observando la gráfica de posición; (esta gráfica es una parábola; se debe guiar al estudiante a que reconozca su diferencia de una línea recta). se pueden usar las siguientes preguntas:

Observando la gráfica de posición vs tiempo L4 vs L1,

1. Describa la forma de la gráfica de posición vs. Tiempo
2. ¿Dónde es mínima la posición, respecto al detector?. ¿Dónde es máxima?.
3. ¿En qué tiempo el objeto se encuentra en su altura máxima?
4. ¿Qué tipo de gráfica se ajusta a la gráfica de posición vs tiempo para este movimiento (modelo de regresión)? (este es un modelo de regresión cuadrático; ver apéndice en manual de la calculadora).

Comparando x y t. Si se quiere comparar como cambia la posición con el tiempo, podemos elegir un intervalo de tiempo y medir cuánto vale el cambio de posición con respecto al cambio en tiempo, correspondiente al intervalo elegido (razón de cambio). En el lenguaje matemático a esta razón de cambio se le denomina la pendiente de la recta que es tangente a la gráfica x vs t en dicho intervalo de tiempo. Este cálculo se escribe $\Delta x / \Delta t = (x_f - x_i) / (t_f - t_t)$ lo cual se denomina **velocidad**.

Ejemplo: Si en dos puntos el objeto tiene una posición y tiempo 1.2m, 6.78s y 1.01m, 5.69s, la velocidad se calcula como $\Delta x / \Delta t$ = (1.2m - 1.01m) / (6.78s - 5.69s) = 0.17m/s

Al estudiante se le puede guiar con preguntas como:

5. ¿Cómo calcularías un cambio en la posición de la bola (intervalo)? ¿y un cambio en tiempo?
6. Expresa cómo cambia la posición de la bola respecto al cambio correspondiente en el tiempo.

Calculando Δ con calculadora. La calculadora ofrece mandos para calcular estos cambios Δ (deltas), como el mando ΔList[1]. Recuerde que al aplicar Δ's a una lista, y construir una lista de diferencias, se disminuye un dato en la lista, con respecto a la lista de tiempos. Para que la calculadora no muestre un mensaje de error al intentar graficar estas dos listas de datos (t y Δ), se debe tener listas con igual número de datos. Por ejemplo, si son 40 datos de tiempo, habrá 39 de velocidad; se puede repetir la velocidad número 39 en la posición 40 del banco de datos de velocidad, sin pérdida de generalidad. Otra opción es borrar el último dato al final de la lista de tiempos. En la figura siguiente se ilustra la forma de calcular la velocidad usando los mandos de la calculadora TI-83. Defina una nueva lista utilizando los siguientes comandos.

Con respecto a la **velocidad** se puede pedir al estudiante lo siguiente:

7. Que utilice una tabla como la siguiente para que se escriba algunos de los cálculos que realiza.

Δx( )					
Δt( )					

v( )					
***t_{pr}( )**					

t_{pr} significa el tiempo promedio en el intervalo usado.

8. Utiliza la calculadora para construir la gráfica de velocidad en función del tiempo.
9. Describa la forma de la gráfica de velocidad vs. tiempo ¿Dónde es mínima la velocidad del objeto? ¿Dónde es máxima?
10. ¿Dónde es cero la velocidad?
11. ¿En qué tiempo el objeto tiene velocidad igual a cero? Fije el tiempo en que el objeto se encuentra en su altura máxima.
    a) ¿Cuál es el valor de la velocidad del objeto cuando este se encuentra en su altura máxima?
    b) ¿Cuál es el valor de la velocidad del objeto para un tiempo anterior al tiempo de altura máxima?
    c) ¿Cuál es el valor de la velocidad del objeto para un tiempo posterior al tiempo de altura máxima?
    d) ¿Cuándo la velocidad del objeto es positiva y cuando negativa?

Comparando v con t. A manera de evaluación se puede requerir que el estudiante utilice el mismo procedimiento que usó para calcular velocidades, para que compare como cambia la velocidad en función del tiempo; es decir que calcule las razones $\Delta v / \Delta t = (v_f - v_i) / (t_f - t_t)$ y luego le llamen a esto aceleración. Luego de esto pueden construir la gráfica de a vs. t, pero antes se debe agregar un dato a la lista de aceleración, ya que esta lista también tendrá un dato menos que la de velocidades. Para evitar un mensaje de error en la calculadora, se puede copiar la aceleración número 39 en la posición 40 del banco de datos de aceleración, sin pérdida de generalidad. Otra opción es borrar el último dato al final de las listas de tiempo y de velocidad. En la figura siguiente se ilustra la forma de calcular la aceleración usando los mandos de la calculadora TI-83.

Con respecto a la aceleración se puede pedir al estudiante lo siguiente:

12. Calcule los cambios de velocidad con respecto a los correspondientes cambios en tiempo. Escriba algunos de estos cambios y aceleraciones según se pide en la tabla siguiente:

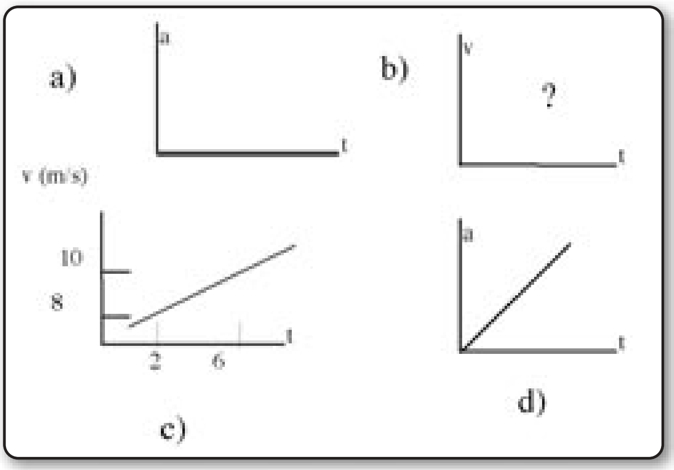
Δv( )					
Δt( )					

Δv / Δt ( )					
t_{pr}( )					

13. Construya la gráfica de aceleración en función del tiempo.
14. Describa la forma de la gráfica de aceleración vs. tiempo.
15. Identifique las diferencias entre las gráficas de velocidad y la de aceleración.
16. ¿Cuánto vale la aceleración al tiempo en que el objeto se encuentra en su altura máxima?
17. ¿A qué tiempo es cero la velocidad? Describa cómo son la velocidad y la aceleración cuando el objeto se encuentra en su altura máxima
18. Observe el tiempo en que el objeto se encuentra en su altura máxima.
    a) ¿Cuál es el valor de la aceleración del objeto cuando este se encuentra en su altura máxima?
    b) ¿Cuál es el valor de la aceleración del objeto cuando este se encuentra subiendo?
    c) ¿Cuál es el valor de la aceleración del objeto cuando este se encuentra bajando?
    d) ¿Cómo es la aceleración mientras el objeto se encuentra en el aire?
19. ¿Cómo es la aceleración del cuerpo cuando su velocidad varía a razón constante?
20. ¿Cómo será la aceleración de un cuerpo si su velocidad fuera constante?

Aplicando lo aprendido a situaciones nuevas

Un modo de determinar la posible transferencia de estos conceptos a situaciones nuevas es utilizando el análisis gráfico. A continuación aparecen algunas situaciones que pueden ser utilizadas como ejemplos.



21. Si la aceleración de un carro es como se ilustra en la figura a, describir cómo es su velocidad o dibujarla en la figura b (recordar que la aceleración es el cambio de velocidad en cierto intervalo de tiempo; si este cambio es cero, es por que las velocidades son iguales, por lo tanto la gráfica de velocidad es una recta horizontal; es decir la velocidad es constante).

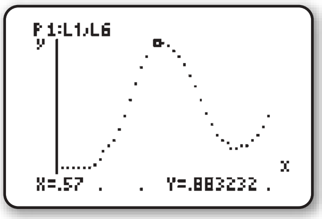
Todo lo que sube baja

Continuación

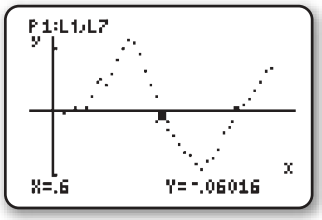
22. Calcular la aceleración de un carro y dibujar su gráfica de a vs t, si su velocidad se ilustra en la figura c. (la aceleración es constante ya que la pendiente de esta línea recta es constante; la aceleración es 0.5 m/s^2).
23. Dibuje la velocidad de un móvil si su aceleración se ilustra en d.

Conclusiones:
La caída de una bola se puede caracterizar midiendo su posición en función del tiempo. La posición y el tiempo tienen una relación parabólica. Al calcular las pendientes en esta parábola y construir una gráfica se obtiene la velocidad en función del tiempo, la cual es una recta. Calculando nuevamente las pendientes en esta recta y graficarlas se obtiene la aceleración en función del tiempo, la cual es constante. Al construir las gráficas por sí mismo, el estudiante comprende de un modo más eficiente los conceptos. Este experimento sencillo permite que el estudiante visualice la diferencia entre velocidad y aceleración, un error común observado en los estudiantes por el autor. Otro aspecto que el estudiante puede visualizar es el hecho de que la aceleración no es cero cuando la velocidad es cero, lo cual ocurre cuando el cuerpo se encuentra en su altura máxima, otro error común observado en los estudiantes que se inician en cursos básicos de física en la Universidad. Entendemos que la tecnología de calculadora gráficas y sensores con CBL es un modo eficaz de ayudar al docente para desarrollar estos conceptos de una manera eficiente.

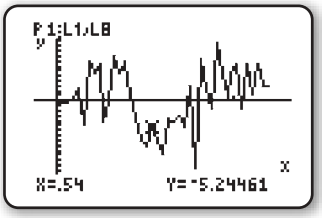
A continuación se presentan gráficas cinemáticas de un experimento similar, las cuales fueron copiadas de la pantalla de la calculadora TI-83



Gráfica de posición vs. tiempo



Gráfica de velocidad vs. tiempo



Gráfica de aceleración vs. tiempo

Referencias

1 Ver descripción en http://fisiger.50megs.com/graficando.htm

2 G. RESTREPO, "Helping Students Master Concepts in Mechanics by Graphing with Spreasheets", The Journal of Mathematics and Science: Collaborative Explorations, vol. 4, 2, pages 47-57, 2001.

Programas de Apoyo al Educador

"Profesores de Chile disfrutando de los recursos de la tecnología de Texas Instruments durante el curso de capacitación: Taller de Geometría Dinámica con la TI-92 Plus"

Asesoría a Profesores e Instituciones Educativas
Contáctenos para conocer ideas de cómo integrar adecuadamente la tecnología en su aula de acuerdo a su grado y asignatura. También le podemos brindar información de talleres de capacitación en su ciudad y materiales de apoyo.

Programa de Préstamo Académico de Calculadoras Texas Instruments (PAC-TI)
Texas Instruments ofrece préstamos gratis de herramientas graficadoras y accesorios para profesores. La finalidad del préstamo puede ser para talleres de entrenamiento o simplemente para familiarizarse con esta tecnología.

En México
Erica Zapata
ezapata@ti.com
01-55-5488-2244 Ext. 113
(en México, D.F.)
01-800-717-1619 Ext. 113
(del interior, sin costo)

En Chile y otros países
Juan Melin
jmelin@ti.com
56-2-321-3118

Funciones algebraicas en Cabri Geometry II™

Juana Contreras S.
Universidad de Talca – Instituto de Matemática y Física
e-mail: jcontres@utalca.cl
Claudio del Pino O.
Universidad de Talca – Instituto de Matemática y Física
e-mail: cdelpino@utalca.cl

Introducción

Los diversos recursos de construcción que ofrece el programa *Cabri-geométrico II*, como por ejemplo: herramientas básicas de construcción, lugar geométrico, transformaciones geométricas, posibilidad para construir nuevas macros, etc., permiten implementar gráficas de funciones.

El propósito de este trabajo es presentar algunas implementaciones de gráficas de ciertas funciones algebraicas, con el apoyo de un programa computacional de propósitos geométricos con características dinámicas e interactivas. En la primera parte, a partir de las construcciones de expresiones algebraicas con regla y compás, y en la segunda, mediante el uso de recursos adicionales que ofrece el software.

Las herramientas de geometría y otros recursos, junto con las características dinámicas e interactivas, hacen posible implementaciones de gráficos de funciones con propósitos específicos: para desarrollar actividades de exploración y descubrimiento de propiedades de una función, en aplicaciones, etc.

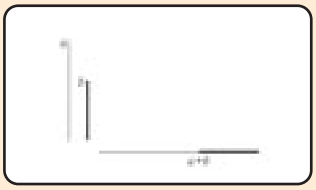
I. Implementación de funciones algebraicas en Cabri, usando propiedades geométricas

1. Construcciones geométricas de expresiones algebraicas

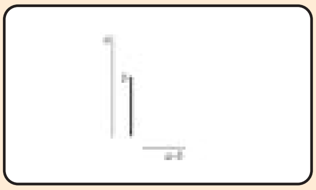
Dados un segmento unidad u, y dos segmentos de longitudes a y b respectivamente. Las operaciones elementales de álgebra para los números a y b pueden efectuarse con regla y compás. Es decir, con estos instrumentos se pueden construir segmentos de longitudes:

$$a+b, \qquad a-b, \qquad ab, \qquad \frac{a}{b}, \qquad \sqrt{ab}$$

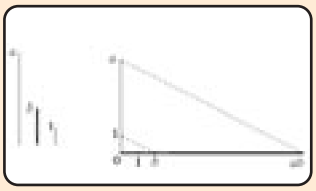
La siguiente figura contiene estas construcciones elementales, realizadas con regla y compás, en el programa Cabri.



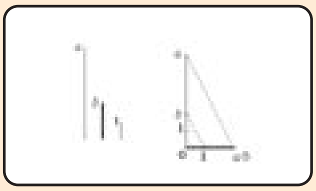
$x = a + b$



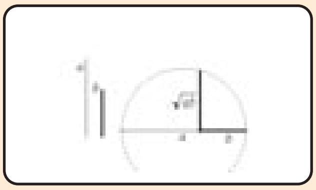
$x = a - b$



$x = ab$



$x = \frac{a}{b}$



$x = \sqrt{ab}$

Figura 1

Teniendo como base las construcciones de estas expresiones algebraicas elementales, se pueden construir expresiones algebraicas más complejas. El procedimiento que se sigue consiste en descomponerlas previamente en una sucesión de expresiones algebraicas elementales. Por ejemplo, dados los segmentos a, b y c se puede construir geométricamente la expresión algebraica $\sqrt{\frac{a^2b}{c}}$, construyendo en primer lugar ab, luego a(ab), a continuación a^2b/c y por último la expresión pedida.

Cabe señalar que, utilizar la regla y el compás significa efectuar un número finito de veces las siguientes construcciones geométricas:

1) Trazar una recta por dos puntos cualesquiera, dados;
2) Trazar una circunferencia de centro y radio dados;
3) Hallar la intersección de dos rectas, de una recta y una circunferencia o bien de dos circunferencias, dadas.
   Así, se afirma que:

Un problema geométrico es soluble con regla y compás, si y sólo si, la incógnita puede expresarse en función de los datos, por medio de una expresión racional o irracional cuadrática.

Así, un segmento final x, resultado de una serie de construcciones geométricas realizadas sobre los segmentos dados a_1, a_2, a_3, ..., a_n usando solamente regla y compás, quedará expresado por $x = f(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n)$ en la que sólo intervienen las cuatro operaciones racionales más la extracción de raíces cuadradas, que hemos llamado operaciones elementales.

Realizando la construcción de una expresión algebraica en *Cabri*, hace posible implementar una macro construcción de dicha expresión.

2. Implementación de funciones algebraicas

Una función algebraica en x es toda función que se puede obtener efectuando sobre la variable x solamente operaciones racionales y radicaciones, de cualquier índice, un número finito de veces. De otra manera, y es función algebraica de x, si y sólo si, existe un polinomio P(x,y) en dos variables tal que P(x,y)=0. Por ejemplo, $y = x^3 - 3x + 4$,

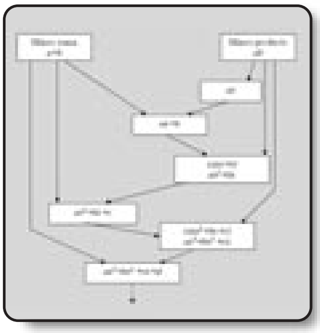
$$y = \frac{2x-1}{x^2-x+5}\ , \quad y = x^2\sqrt{x^2-1}\ , \quad y = 1 - \frac{\sqrt[3]{1-x}}{x}$$

son funciones algebraicas. En esta sección se implementarán sólo aquellas funciones algebraicas cuyas expresiones algebraicas que las definen son construibles con los instrumentos geométricos regla y compás. Entre éstas se encuentran las funciones polinomiales, las funciones racionales y las funciones irracionales que contienen raíces de índice par.

Considerando segmentos dirigidos en las construcciones de expresiones algebraicas elementales, de la figura 1, se puede lograr la gráfica de una función algebraica, aplicando la herramienta lugar geométrico que tiene el programa.

a) Gráfica de funciones polinomiales
   Para obtener la gráfica de una función polinomial, se requiere de las siguientes macro[1] construcciones elementales:
   - Macro **suma**: construcción de a+b, base para la implementación de la función y = x+b
   - Macro **producto**: construcción de ab, base para la implementación de la función y = ax

Con estas macros básicas, se puede implementar el gráfico de cualquier función polinomial, mediante un proceso de recurrencia, presentado en el siguiente diagrama:



En las figuras 2 y 3 se presentan las gráficas de funciones polinomiales y=f(x) (correspondientes a una función cuadrática y a una cuártica) implementadas en Cabri, usando propiedades geométricas. En un sistema ortogonal, ubicado a la izquierda de la figura, se han aplicado sucesivamente las macros de las construcciones elementales suma y producto. Luego de construir el punto *P* de coordenadas (x,f(x)) en el sistema de coordenadas de la derecha, para obtener la gráfica de la función y=f(x), se aplica la herramienta lugar geométrico de *P* cuando x se desplaza en el eje horizontal.

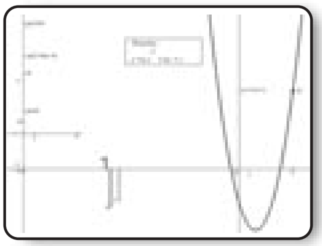


Figura 2

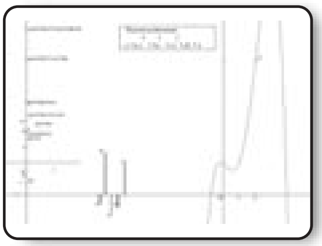


Figura 3

[1] En un apéndice, se encuentra una breve descripción de cada macro construcción que hace referencia este trabajo.

La figura 4 muestra las gráficas de dos funciones cuadráticas obtenidas de aplicar la macro construcción Cuadratica.mac.

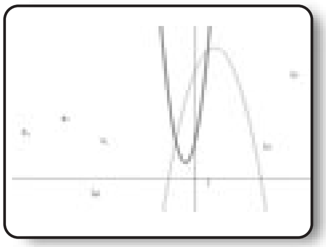
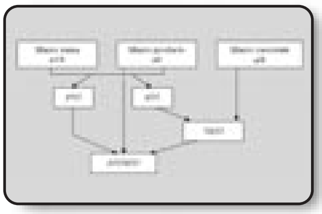


Figura 4

b) Gráfica de funciones racionales
   Una función racional es de la forma $y = \frac{p(x)}{q(x)}$, donde p(x) y q(x) son polinomios, con q(x) ≠ 0. Las macro construcciones que permiten implementar la gráfica de una función racional, son:
   - La **suma** y el producto.
   - El **cuociente** $\frac{a}{b}$, construcción básica para la implementación de la función $y = \frac{1}{x}$.

En el siguiente diagrama, se presenta un procedimiento para construir expresiones racionales, que permiten la implementación de la gráfica de una función racional:



En la figura 5 se presenta la gráfica de la función racional

$$y = \frac{ax+b}{cx+d}$$

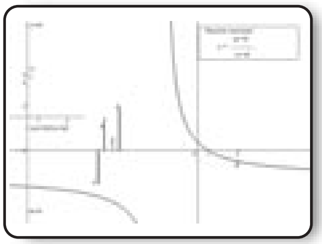


Figura 5

c) Gráfica de funciones algebraicas irracionales
   La construcción de la macro de la expresión $\sqrt{a}$, permite implementar la función irracional $y = \sqrt{x}$. Con ésta, y las macros anteriores, se pueden implementar funciones algebraicas irracionales más complejas, en Cabri.

La figura 6 muestra el gráfico de la función $y = \sqrt{x}$, basada en propiedades geométricas y el uso de la herramienta lugar geométrico.

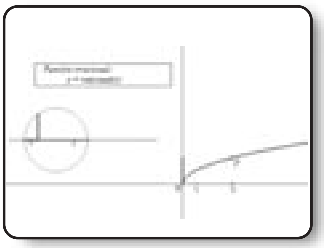


Figura 6

II. Usando los recursos que ofrece el programa Cabri

Es importante destacar la herramienta lugar geométrico que tiene el programa. Otros recursos que ofrece el programa Cabri II son, por ejemplo, cambio dinámico de valores asociados a elementos geométricos (medidas de segmentos, coordenadas de puntos, medida de ángulos, etc.) a través de la manipulación del mouse, transferencia de medidas, interacción con la calculadora y uso de resultados que entrega, plano coordenado (ambiente de geometría analítica), etc.

1. La figura 7 presenta la gráfica de una función polinomial implementada en Cabri, en términos de parámetros, usando la calculadora, lugar geométrico, y otros recursos del programa.

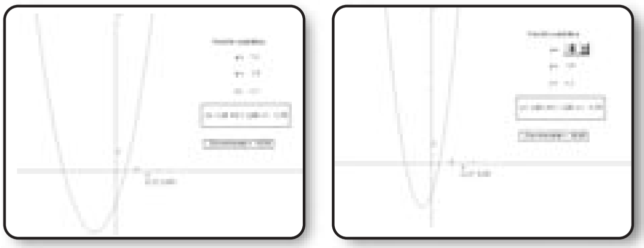


Figura 7

Modificando los valores de los parámetros, con el mouse o ingresando valores desde el teclado, se actualizan los valores y la gráfica de la función. Para esta implementación no se es necesaria la construcción de una macro. Basta definir los parámetros, usar la herramienta lugar geométrico, y los cambios de los valores de los parámetros pueden realizarse a través del mouse o directamente del teclado, es decir, interactuando directamente con el programa.

2. La figura 8 muestra la gráfica de la función polinomial asociada al polinomio de mínimo grado, que ajusta tres puntos A=(a,b), B=(c,d) y C=(e,h) cualesquiera (con abscisas distintas dos a dos) del plano, determinado mediante la fórmula de interpolación de Lagrange:

$$f(x)=\frac{b(x-c)(x-e)}{(a-c)(a-e)}+\frac{d(x-a)(x-e)}{(c-a)(c-e)}+\frac{h(x-a)(x-c)}{(e-a)(e-c)}$$

obteniendo la expresión que muestra los coeficientes de la función cuadrática:

$$f(x)=\frac{a(d-h)+b(e-c)+ch-de}{(a-c)(a-e)(e-c)}x^2+$$

$$\frac{a^2(d-h)+b(c+e)(e-c)+ch-de}{(a-c)(a-e)(c-e)}x+$$

$$+\frac{a(ch-de)+a(de-ch)+bce(c-e)}{(a-c)(a-e)(c-e)}$$

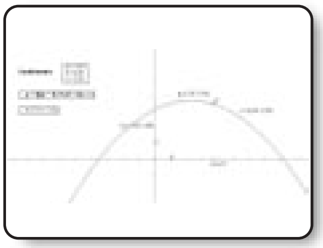


Figura 8

La construcción de la gráfica de una función polinomial en Cabri, que ajusta una cantidad finita de puntos, requiere de las coordenadas de los puntos, el recurso calculadora y la herramienta lugar geométrico. Para cada n, se puede implementar una macro-construcción, que construya la gráfica cliqueando n puntos en la ventana de Cabri.

La figura 9 muestra la gráfica de la función polinomial de tercer grado $p(x) = \alpha x^3+\beta x^2+\gamma x+\delta$, que ajusta cuatro puntos dados en el plano: (a,b), (c,d), (e,h), (m,n), cuyos coeficientes son:

α = $(a^2(c(h-n)+d(m-e)+en-hm)-a(c^2(h-n)+d(e+m)(m-e)+e^2n-hm^2)+b(c-e)(c-m)(e-m)+c^2(hm-en)+c(e^2n-hm^2)+dem(m-e))/((a-c)(a-e)(a-m)(c-e)(c-m)(e-m))$

β = $(a^3(c(h-n)+d(m-e)+en-hm)-a(c^3(h-n)+d(e^2+em+m^2)(m-e)+e^3n-hm^3)+b(c-e)(c+e+m)(c-m)(e-m)+c^3(hm-en)+c(e^3n-hm^3)+dem(e+m)(m-e))/((a-c)(a-e)(a-m)(c-e)(c-m)(m-e))$

γ = $(a^3(c^2(h-n)+d(e+m)(m-e)+e^2n-hm^2)-a^2(c^3(h-n)+d(e^2+em+m^2)(m-e)+e^3n-hm^3)+b(c-e)(c-m)(e-m)(c(e+m)+em)+c^3(hm^2-e^2n)+c^2(e^3n-h\cdot m^3)+de^2m^2(m-e))/((a-c)(a-e)(a-m)(c-e)(c-m)(e-m))$

δ = $(a^3(c^2(en-hm)+c(hm^2-e^2n)+dem(e-m))-a^2(c^3(en-hm)+c(hm^3-e^3n)+dem(e+m)(e-m))+a(c^3(e^2n-hm^2)+c^2(hm^3-e^3n)+de^2m^2(e-m))+bcem\cdot(c-e)(c-m)(m-e))/((a-c)(a-e)(a-m)(c-e)(c-m)(e-m))$

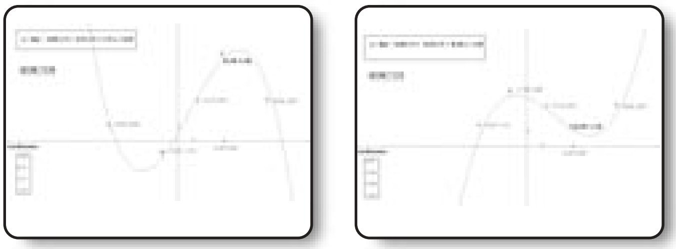


Figura 9

A partir de estas construcciones se implementaron las macros **cuadrat3.mac** y **cubica4.mac**. Con mucha paciencia se puede implementar macros análogas, que ajusten cinco puntos, etc.

III. Propuesta de actividades

Las gráficas de funciones implementadas en el programa, permiten estudiar y descubrir propiedades, relacionarlas con otras funciones, por ejemplo con su derivada; estudiar la función de acuerdo a la variación de ciertos parámetros, resolver inecuaciones, etc.

Una interesante actividad de funciones se encuentra en [4], trabajo que presenta la gráfica de la función cuadrática y=f(x), dados tres puntos A, B y C de la función, tal que los puntos A y B son simétricos respecto del eje de la parábola, gráfica de la función, en base a propiedades geométricas. Usando las propiedades que se descubren en este estudio, representar gráficamente la función $y = x^2-3x-3$.

IV. Bibliografía y Artículos

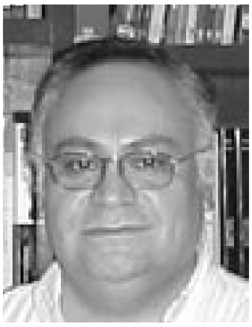
[1] CUPPENS, R. [1996]. Faire de la geometrie en jouant avec Cabri-Geometre. Publication de l'APMEP.
[2] HOYOS, V. & CAPPONI, B. Construction and interpretation of algebraic expressions.
http://perl.ajusco.upn.mx/piem/publicvha2.html
[3] LABORDE, J.M., PENCE, B. [2001]. Representation with Dinamic Geometry System.
http://www.matedu.cinvestav.mx/laborde-pence.pdf
[4] LOURENCIO, M. & BARBOSA, B. Construcao da parabola conhecidos tres pontos (dois simetricos) com o auxilio do Cabri-Geometrico.
http://www.cabri.com.br/materialdeapoio/ps/pa_marcoslouren.htm

V. Apéndice

Macro	Objetos iniciales	Objetos finales
Suma.mac	Dos segmentos	Segmento dirigido (suma)
Producto.mac	Dos segmentos. Segmento unidad	Segmento dirigido (producto)
Cuociente.mac	Dos segmentos. Segmento unidad	Segmento dirigido (cuociente)
Raizc.mac	Dos segmentos.	Segmento
Cuadratica.mac	Recta horizontal, recta vertical, segmento unidad, tres puntos del plano (A, B, C).	Gráfica de la función cuadrática (implementada geométricamente) cuyos coeficientes son a, b y c (a=AH, AH perpendicular a recta horizontal en H, etc.).
Cubica.mac	Recta horizontal, recta vertical, segmento unidad, cuato puntos del plano.	Gráfica de la función cuadrática (implementada geométricamente) cuyos coeficientes son a, b, c y d (similar a la macro anterior).
Cuadrat3.mac	Ejes y tres puntos del plano.	Gráfica de la función cuadrática, determinada por los tres puntos
Cubica4mac	Ejes y cuatro puntos del plano.	Gráfica de la función cúbica, determinada por los cuatro puntos.

Nota: En caso de necesitar algunas de las macros que se han desarrollado para el trabajo aquí presentado, solicitarlas a alguno de los autores.

Conozca el editor



Esta sección está dedicada a ofrecer algunos datos de los miembros del Comité Editorial, en esta ocasión nos complace presentar al DR. EDUARDO MANCERA MARTÍNEZ, académico de nacionalidad mexicana quien se graduó como físico matemático en el Instituto Politécnico Nacional y realizó estudios de maestría y doctorado en el Centro de Investigación y Estudios Avanzados del mismo instituto.

Por casi treinta años el Dr. Mancera ha impartido docencia y realizado investigación en casi todos los niveles educativos.

Ha sido asesor de Subsecretarios de Educación Pública, Coordinador de planes y programas de estudio de matemáticas para la Educación Básica, Subdirector de Innovación Educativa del Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa, Secretario Académico de la Universidad Pedagógica Nacional y Subdirector Técnico de la Dirección de Educación Especial.

Autor de textos de matemáticas para secundaria y libros para formación de maestros, así como de artículos sobre enseñanza de la matemática. Es parte del comité editorial de la revista “Educación Matemática” y de comités revisores de otras publicaciones o reuniones académicas. Fue Presidente de la Asociación de Profesores de Matemáticas de México, es Secretario del Comité Interamericano de Educación Matemática y miembro del Consejo Mexicano de Investigación Educativa, en el cual colabora en la conformación de estados del conocimiento sobre la investigación en educación matemática en México.

En el ámbito del uso de tecnología en educación, recibió apoyo de los programas educativos de Texas Instruments para coordinar los trabajos de investigación en México del Proyecto Latinoamericano de Calculadoras en Educación Matemática y para conformar la Asociación Maestros Enseñando con Tecnología Avanzada.
Recientemente, ha emprendido trabajos empíricos y desarrollo de materiales educativos con el uso de la TI-92 Plus y Voyage™ 200.

Cómo suscribirse para recibir ésta revista

www...

Visite el sitio
education.ti.com/latinoamerica/revista
y llene la forma de suscripción.
Tiene la opción de recibir la revista vía e-mail o por correo postal.

Innovaciones Educativas está disponible de forma electrónica en el sitio de Texas Instruments. Baje la última versión de **education.ti.com/latinoamerica/revista**

@...

o Envíe la siguiente información vía e-mail a
ti-cares@ti.com

- Nombre Completo:
- Título / Cargo:
- Nombre de su escuela:
- Dirección física completa:
- E-mail

Recursos en Internet

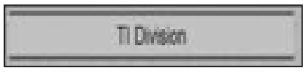
En el sitio education.ti.com encontrará una variedad de recursos educacionales para matemáticas, ciencias y otras asignaturas. Estos recursos incluyen las últimas novedades en aplicaciones de software para calculadoras, programas, apoyo a profesores, artículos, actividades para el aula, libros, videos y mucho más. Para información en Español visite **education.ti.com/latinoamerica**

En estas páginas* encontrará software, juegos, emuladores, información sobre los algoritmos usados por TI, sistemas operativos que posibilitan la programación de las calculadoras y muchos otros datos de interés:

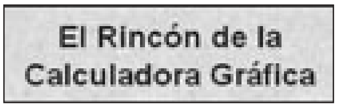
www.ticalc.org

http://www.emu4ever.com/emuladores/calculadoras/ti2.htm

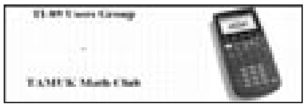
http://guide.ticalc.org/



http://calc.dwm.cc/



http://www.sinewton.org/elrincon/



http://www.tamuk.edu/mathclub/

http://www.start.at/doors

http://www.twilight-ti.org/

Texas Instruments